

Г.О. Сіренко, Л.М. Солтис

Моделі нанометричної та мікрометричної шорсткості поверхні твердих тіл (Огляд)

Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна

Проведено огляд літературних джерел інформації, що описують методи, параметри та математичні і фізичні моделі опису нанометричної та мікрометричної шорсткості поверхні твердих тіл. Розглянуто можливий вплив шорсткості поверхні на контактні явища на межі розділу фаз «тверде тіло – тверде тіло», «тверде тіло – газ», «тверде тіло – крапельна рідина».

Ключові слова: математична модель, фізична модель, тверде тіло, шорстка поверхня, контактні явища, анізотропна поверхня, ізотропна поверхня, випадкова функція, випадкове поле.

Стаття поступила до редакції 20.04.2010; прийнята до друку 15.03.2010.

Вступ

1. Розрізняють такі основні види відхилень реальних поверхонь від ідеальної площини (рис. 1): макроскопічні порушення – відхилення від номінальної форми (опуклість, увігнутість, конустість тощо) крок нерівності форми $S_{\phi}=5 \cdot 10^3-1,2 \cdot 10^7$ мкм; висота нерівності форми $H_{\phi}=1 \cdot 10^{-2}-3 \cdot 10^{-3}$ мкм [86]; хвилястість поверхні {хвилястість уявляє собою сукупність періодичних, регулярно повторних, близьких до розмірів виступів і западин, відстань між якими – крок хвилі $S_{хв}=1 \cdot 10^2-3 \cdot 10^5$ мкм значно більше висоти хвилі $H_{хв}=1 \cdot 10^{-1}-9 \cdot 10^2$ мкм ($S_{хв}/H_{хв}=40-7000$ [64, 76, 86, 132]}, мікроскопічні нерівності (мікрошорсткість поверхні – сукупність нерівностей з мікрокроком $S_{мк}=8 \cdot 10^{-1}-1 \cdot 10^4$ мкм і мікровисотою $H_{мк}=1 \cdot 10^{-2}-4 \cdot 10^2$ мкм [76, 86, 132]), ультрамікроскопічні нерівності (наношорсткість поверхні [9, 64] (в тому числі і атомна шорсткість поверхні [143]): з нанокроком $S_{нм}=9 \cdot 10^{-4}-4 \cdot 10^1$ мкм і нановисотою $H_{нм}=8 \cdot 10^{-4}-2 \cdot 10^{-1}$ нм; середнім арифметичним відхиленням профілю поверхні $Ra=1,2-50$ нм; стандартизованою висотою нерівностей профілю поверхні $Rz=8-152$ нм; радіусом кривини нерівностей у вершині $r=1,5-65$ нм [31, 40, 49, 72, 83]). Тобто реальна поверхня твердих тіл хвиляста [36, 80, 86] й шорстка [12, 14, 17, 24, 36, 37, 60, 64, 80, 81, 85, 86, 132, 166]. На ній розташовані хвилі певної амплітуди та висоти, на яких знаходяться мікрометричні нерівності і, у свою чергу, на мікронерівностях – нанонерівності (рис. 2) [9, 132, 143], зокрема атомношорстку поверхню можна представити так (рис. 3) [143]. Кристалічні грані несуть на собі віцналі – сукупність сходинок і терас (рис. 4). Енергія зв'язку (у. о.) первня (елемента) ґратки йона залежить від його

знаходження на поверхні грані, наприклад NaCl (рис. 4) [9]. Особливими точками на поверхні кристалічної грані з сходинок та терасами є дво- та тригранні кути, точки перетину ребер кристалу та його віцнальних утворень (рис. 4) [9]. Особливі точки суттєво відрізняються між собою за умовами просторового розташування первнів структури, що обмежують їх, і, відповідно, такі точки відрізняються й за величиною адсорбційного потенціалу, тобто за енергією приєднання первня ґратки [9]. Навіть утворена при розщепленні поверхня слюди має нерівності порядку 2 нм, а поверхня квазіідеального рівного кристалу кварцу покрита виступами ~ 10 нм [64].

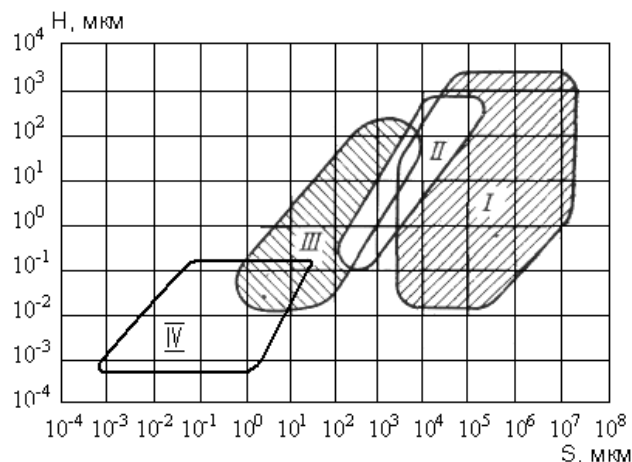


Рис. 1. Схема ділянок відхилень номінальної форми (I), хвилястості (II), мікрошорсткості (III), наношорсткості (IV) поверхні твердих тіл [31, 40, 49, 64, 72, 76, 83, 86].

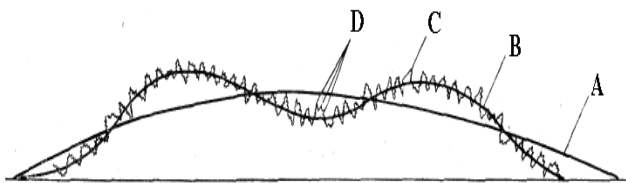


Рис. 2. Схема основних відхилень реальних поверхонь від ідеальних: А – макроскопічне викривлення форми; В – хвилястість; С – мікроскопічні нерівності (мікросороткстість); D – ультрамікроскопічні нерівності (наношороткстість) [9].

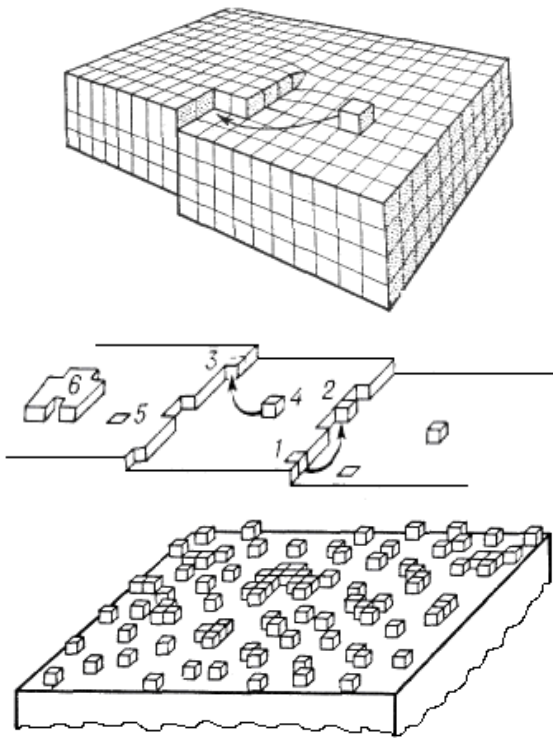


Рис. 3. Атомно-шороткста поверхня [143].

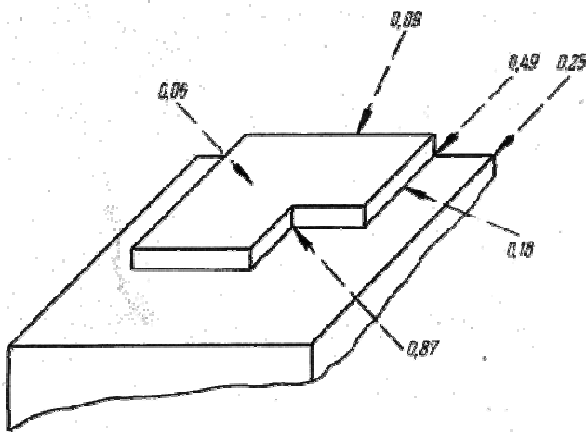


Рис. 4. Схема кристалічної грані на поверхні NaCl. Цифри – енергія зв'язку первня ґратки йона в умовних одиницях [9].

Надрівні металеві поверхні, що зустрічаються в машинобудуванні, мають мікронерівності висотою 50–100 нм, а найбільш нерівні поверхні – виступи висотою 100–200 мкм, які зазвичай розташовані на деякій хвилястій поверхні з кроком хвилі 1–10 мм і висотою хвилі від кількох мкм до 40–50 мкм [64]. Наприклад, значення параметрів мікросороткстість поверхонь

деталей машин, отриманих при різних видах обробки, становить [132]:

- сталевих з максимальною висотою нерівностей профілю поверхні $R_{\max}=0,15\text{--}37$ мкм; $r=5\text{--}3000$ мкм;
- чавунних: $R_{\max}=0,18\text{--}48$ мкм; $r=12\text{--}190$ мкм;
- сталевих внутрішніх циліндричних: $R_{\max}=0,06\text{--}1,50$ мкм; $R_a=0,01\text{--}0,30$ мкм; $r=30\text{--}3200$ мкм;
- припрацьованих: $R_{\max}=0,15\text{--}7,3$ мкм; $r=15\text{--}1000$ мкм.

2. Недосконалість реальних кристалів,

неточності твердих тіл при виготовленні з них деталей, викривлення їх форми від термічних та механічних навантажень приводить до того, що дві поверхні завжди контактують на окремих малих площах – фактичній площі контакту (ФПК), яка складає приблизно 0,1-10% (частіше 0,5-2,5%) від номінальної поверхні контакту, при чому, внаслідок хвилястості, ці площі розташовані на окремих ділянках. Кількість контактів залежить від навантаження та мікро- та наношороткстість поверхні. Тиски (питомі навантаження) на контактах розподілені нерівномірно і можуть значно відрізнятись від твердості за Бринеллем (НВ) [64].

3. Розрізняють: механічний контакт (сукупність точок, через які передається тиск); оптичний контакт; електричний контакт; тепловий контакт тощо [64]. Тобто відбувається стягування відповідних ліній до точок контакту, тому виникає на межі розділу твердих тіл відповідна напруженість.

4. Під впливом навантаження стиску дві накладені одна на одну поверхні під час зближення контактують на все зростаючих кількостях точок (зростає ФПК): на початку взаємодії по мірі вкорінення микровиступів спостерігається пружна деформація; далі – пружно-пластична, пластична; для полімерів – переважно пружна [12, 14, 64].

При переміщенні, внаслідок наявності точок контакту, дискретності контакту і утворення нових точок контакту виникають значні деформації стиску, розтягу, згину, кручення, зрізу тощо, значні механічні напруги, градієнт фізико-механічних властивостей, висока температура, градієнт температур. Відповідні протікають неklasичні хемічні реакції та фізико-хемічні процеси, та ще й з високими швидкостями [64].

5. Шороткстість поверхні значно впливає на такі процеси: тертя та зношування; контактні деформації; корозійну стійкість; концентрацію напруг; ударну міцність; вібраційну активність; аеродинамічні властивості поверхні; гідродинамічний опір поверхонь; обтікання тіла рідиною та газами; герметичність з'єднань; міцність пресових нерухомих з'єднань; здатність поверхонь до запилення; електроконтактний та теплоконтактний опори; магнітні властивості; відбивання від поверхні та проходження через прозоре чи напівпрозоре тіло електромагнітних хвиль; розпушення ниток в текстильних машинах і якість тканини; теплопровідність і радіаційні властивості; міцність і якість покриття; змочування поверхні твердих тіл крапельними рідинами та розтопами металів та полімерів; електрохемічне полірування та травлення; конденсація на поверхні та випаровування з поверхні, кипіння; перегін (сублімація) з поверхні та

деперегін (конденсація газу або рідини) на поверхню твердого тіла; адсорбція, адгезія, когезія твердих тіл, зчеплення поверхонь; електроконтактні та електрокінетичні явища; електроосмос та електрофорез; розподіл ζ – потенціалу біля поверхонь; течія газів, рідин через зазори та пори; розрахунок питомої поверхні та питомого об'єму; переніс енергії від поверхонь у розріджених газах тощо [64, 80].

I. Математичні та фізичні моделі опису шорсткості поверхонь

1. Детерміновані та композиційні моделі (рис. 5, б). При описі шорсткої твердої поверхні і розрахунках фактичної площі контакту (ФПК) застосовують моделі поверхні у такому вигляді: набору сфер, розподілених за висотою лінійно або нелінійно [27, 28, 42, 63, 153, 154, 174, 184, 199], набору стрижнів, розподілених за висотою лінійно або за законом Гаусса [59, 62, 63, 64, 65], сфер або циліндрів, рівномірно розподілених на поверхні і таких, що мають однаковий радіус кривини і однакову висоту [196], конусів [39, 177, 182], зрізаних конусів [158], пірамід [176], сфер, симетричних клинів, конусів з кутом розхилу $\pi/2$, які мають лінійний, нормальний або Пуассона розподіл за висотою і випадковий розподіл по поверхні [183], еліпсоїдів [4, 39] тощо. При цьому припускають сталість радіуса або кута при вершині, а закон розподілу висоти нерівностей визначають експериментально за параметрами шорсткості поверхні. Накладання обмежень на форму виступів віддаляє модель від реальної поверхні. Як засвідчила зйомка топографічної мапи поверхні ряду профілів, реальна форма мікрорівнів є далекою від правильної [203, 205]. Тому виникає проблема адекватного математичного опису реальної поверхні простими моделями.

Так, згідно [4, 139], ізотропна шорсткість поверхні виникає після: торцевого точіння, електроіскрової, ультразвукової або віброабразивної обробки, доводки

незакріпленим абразивом, шабрування, а в окремих випадках – в процесах тертя і зношування. А випадкова анізотропна шорсткість поверхні виникає при шліфуванні циліндричною і торцевою поверхнею кружала, хонінгуванні, суперфінішуванні, прокатці, протяганні і в процесах тертя та зношування. При механічній, електрохімічній або термічній обробках поверхонь твердих тіл, або під час тертя та зношування, як і внаслідок природних процесів виникають нерівності різних розмірів, які розташовані на інших нерівностях. Опис такої поверхні неможливо зробити простими моделями.

Вплив анізотропної шорсткості на зносостійкість металевих спряжених пар підтверджується роботами [35, 94, 101]. Авторами зроблено висновок, що нормування анізотропної шорсткості необхідне для досягнення високої зносостійкості.

Навіть порівняльний аналіз стрижневої, сферичної і еліпсоїдної моделей показує, що при розрахунках опорної площі контакту стрижнева модель різниться від еліпсоїдної до 30 %, а сферична від еліпсоїдної – до 15 % [90].

2. Статистична оцінка шорсткості поверхні [36, 80, 81, 86, 132, 139, 166].

Існують способи опису нано- і мікросорсткості поверхні, що базуються на використанні 24 параметрів шорсткості і хвилястості [56, 57], які визначаються по профілограмах профілю поверхні і зняті в кількох напрямках (рис. 7):

2.1. Бази відліку. Під номінальним профілем поверхні розуміють профіль, який отриманий під час перерізу певною площиною поверхні без врахування допустимих відхилень [36] для розрахунку вибіркового (осередненого) величин i , відповідно, оцінок генеральних величин. За шорсткістю поверхонь базова лінія I (або базова площина) для номінального профіля поверхні визначається в межах базової довжини L із ряду: 0,01; 0,03; 0,08; 0,25; 0,80; 2,50; 8,0; 25,0 мм тощо.

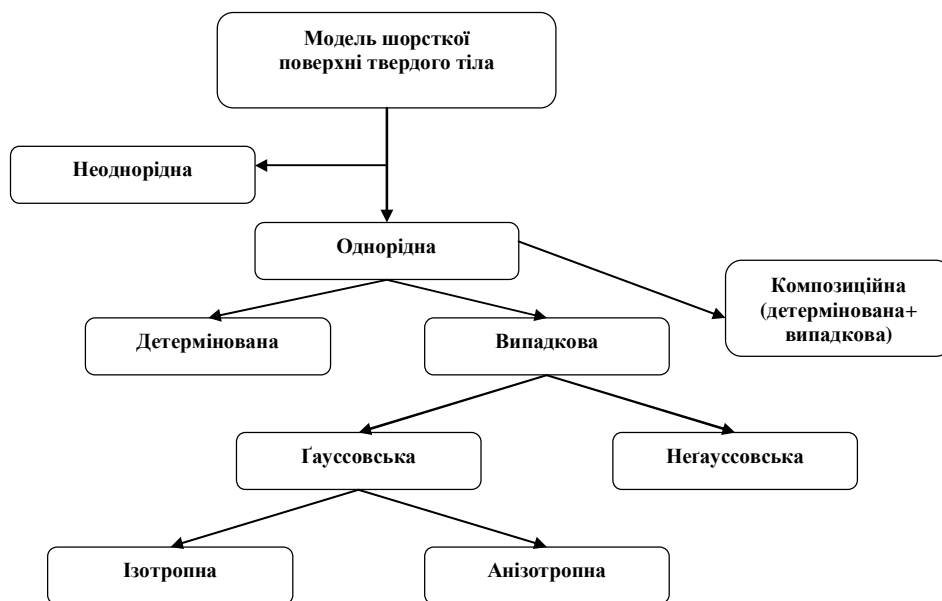


Рис. 5. Схема опису шорсткої поверхні детермінованими, композиційними та випадковими моделями [82, 139].

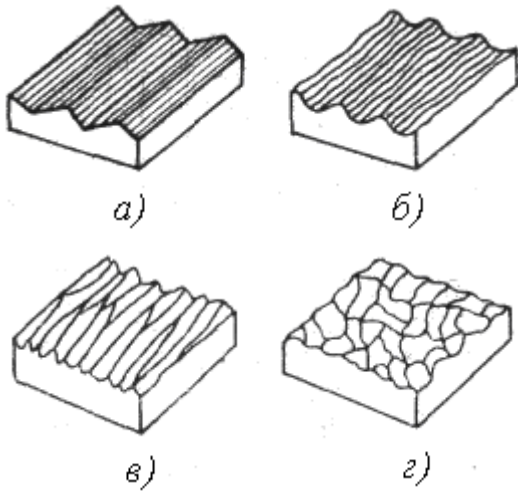


Рис. 6. Класифікація шорстких поверхонь: детермінована періодична з випадковою фазою (а); детермінована основна з накладеною на неї випадковою компонентою – композиційна шорсткість (б); анізотропна випадкова (в); ізотропна випадкова (г) [130].

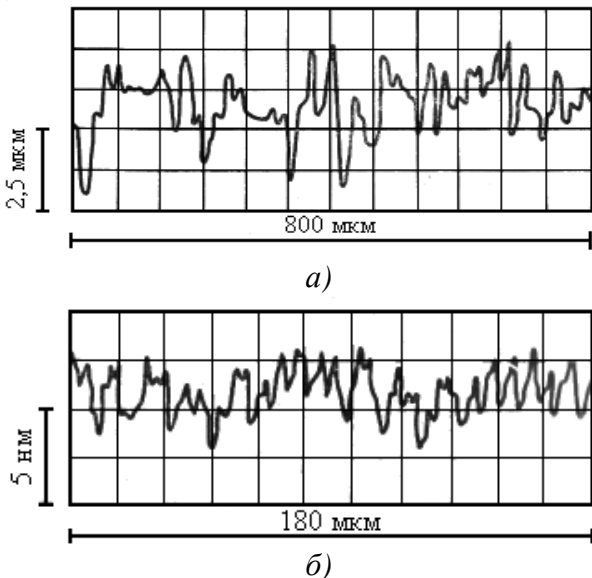


Рис. 7. Профілограми мікروشорсткості (а) та наносшорсткості (б) поверхні твердого тіла [14].

Базова довжина вимірювань становить: $L=2,5-8$ мм (для $Rz=10-320$ мкм) [85]; $L=0,25-0,8$ мм (для $Ra=0,08-2,5$ мкм) [85]; $L=175$ мкм (для $Ra=1,2-49,4$ нм; $Rz=8,8-152,1$ нм) [31, 83]; $L=350$ мкм (для $Ra=1,7-3,4$ нм) [49].

За начало відліку ординат прийнята середня лінія профілю поверхні, яка уявляє собою базову лінію, яка має форму номінального профілю, і проведена так, що в межах базової довжини середнє квадратичне відхилення профілю від цієї лінії мінімальне [36]. Частинним випадком середньої лінії профілю є центральна лінія, яка має форму номінального профілю і розташована в межах базової довжини таким чином, що сума площ між цією лінією і профілем поверхні по обидві сторони від цієї лінії, рівні між собою.

2.2. Висотні параметри.

2.2.1. Одиничний профіль.

1. Нехай рівняння $y=f(x)$ описує зміну амплітуди профілю як функції відстані x вздовж кривої профілю (рис. 8).

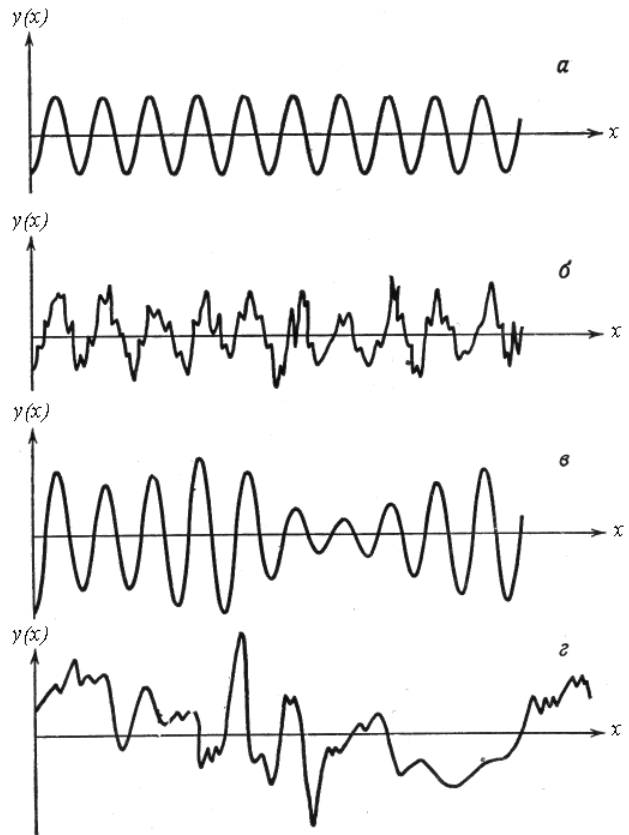


Рис. 8. Приклади функції $y=f(x)$ шорстких поверхонь на відстані базової довжини L : гармонійний процес (а); композиційний процес (гармонійний + випадкового шуму) (б); вузькосмугасти випадковий шум (в); широкосмугасти випадковий шум (г) [16].

На рис. 8 показані чотири приклади функцій зміни висот вершин $y=f(x)$ вздовж кривої профілю шорсткої поверхні та на рис. 9 – відповідні їм графіки щільності ймовірності розподілу [16]. Тоді, середня (або центральна) лінія профілю Z_1 буде визначатися так [80]:

$$Z_1 = \frac{1}{L} \int_0^L |f(x)| dx, \quad (1)$$

вибірковою оцінкою якої є середнє арифметичне відхилення профілю поверхні від базової лінії в межах базової довжини L [36]:

$$Ra = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i - \bar{y}| = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i|, \quad (2)$$

де $\bar{y} = 0$;

y_i – ордината N -точок профілю в межах базової довжини, $i=1, 2, \dots, N$, а квадрат лінії профілю [80]:

$$Z_2 = \left[\frac{1}{L} \int_0^L |f^2(x)| dx \right]^{1/2}, \quad (3)$$

вибірковою оцінкою якої є середнє квадратичне відхилення профілю поверхні [36]:

$$Rq = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right]^{1/2} = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i)^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} Rq &= Ra\sqrt{p/2} \approx 1,2533Ra \\ Ra &= Rq/\sqrt{p/2} \approx 0,7979Rq \approx 0,8Rq \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

Ra залежить від базової довжини L (рис. 10) [139].

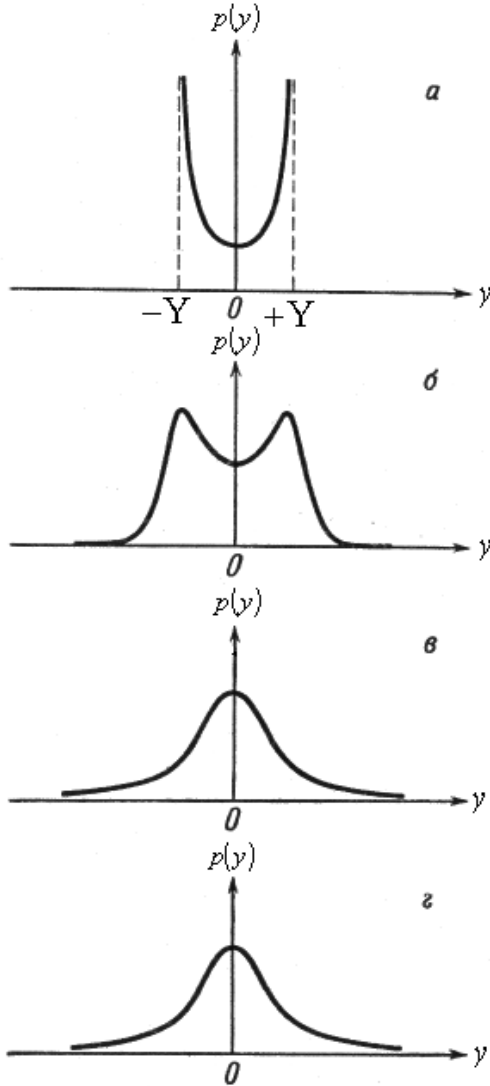


Рис. 9. Графіки щільності ймовірності розподілу висот вершин для шорстких поверхонь: гармонійний процес (а); композиційний процес (гармонійний + випадкового шуму) (б); вузькосмугастий випадковий шум (в); широкосмугастий випадковий шум (г) [16].

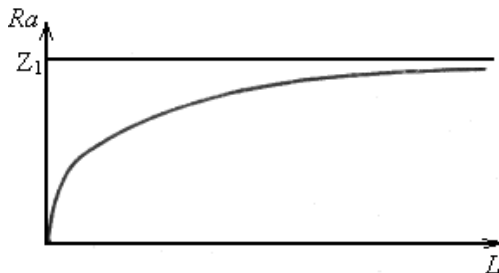


Рис. 10. Залежність параметру Ra від базової довжини L [139].

2. Функцію автокореляції Z_3 для одиничної кривої отримують шляхом зміщення її на певний інтервал $\Delta x = \tau$, з наступним добутком первинної функції $y=f(x)$ на зміщену функцію $y_1=f(x+\Delta x)$ та осереднення добутку цих функцій на базовій довжині L [80]:

$$\begin{aligned} Z_3 &= E[f(x) \cdot f(x + \Delta x)] = R_y(\Delta x) = R_y(t) = \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L f(x) \cdot f(x + \Delta x) dx = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L y(x) \cdot y(x + t) dx \end{aligned} \quad (6)$$

з вибірковою оцінкою в межах базової довжини L

$$R_1(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i \cdot y_{i+1}), \quad (7)$$

де $\Delta x = \tau$ – інтервал зміщення (зсуву);

E – символ математичного сподівання.

За (6) при $\tau=0$ функція $R_y(\tau)$ дорівнює дисперсії профіля:

$$R_y(0) = Z_3(\Delta x = 0) = Z_2^2 = S^2 \quad (8)$$

Чотири приклади автокореляційних функцій розподілу висот вершин для шорстких поверхонь (рис. 8) показані на рис. 11 [16].

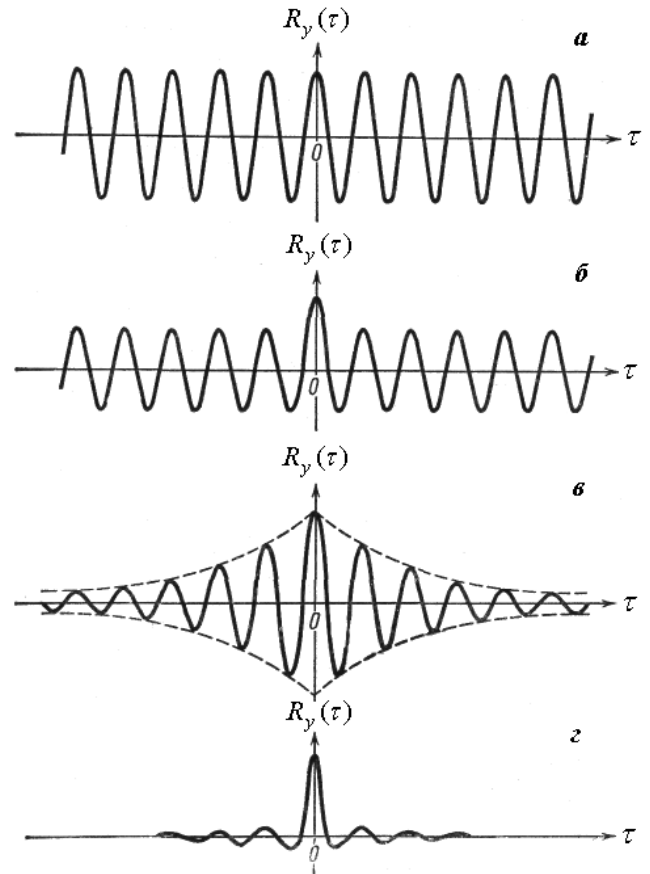


Рис. 11. Графіки автокореляційних функцій (автокорелограм) для шорстких поверхонь: гармонійний процес (а); композиційний процес (гармонійний + випадкового шуму) (б); вузькосмугастий випадковий шум (в); широкосмугастий випадковий шум (г) [16].

Як видно з рис. 11, автокорелограма гармонічного коливання (рис. 11 а) має вигляд косинусоїди, яка описується співвідношенням [16]:

$$R_y(t) = \frac{Y^2}{2} \cos 2pw_0 t. \quad (9)$$

Автокорелограма композиційного процесу уявляє собою просто суму гармонічних коливань висот вершин та випадкового шуму (рис. 11 б) [16]. А для вузькосмугового випадкового шуму (рис. 11 в) автокорелограма уявляє собою гармонічні коливання із амплітудою і, якщо $a_y=0$, то вона прямує до нуля при великих зсувах ($\tau \rightarrow \infty$) [16]. Для широкосмугового випадкового процесу з $a_y=0$ автокорелограма (рис. 11 г) має вигляд кругого піка, який швидко спадає до нуля, при цьому АКФ прагне до a_y^2 [16]. При граничному гіпотетичному «білому» шумі, що відповідає випадковому процесу, енергія якого рівномірно розподілена за частотами, автокорелограма має вигляд дельта-функції Дірака при зсуві $\tau = 0$ [16].

Якщо функція $y=f(x)$ є стаціонарною з нормальним розподілом Гаусса (н.з.р.), то вона повністю характеризує висотні якості профілю поверхні. На рис. 12 показана залежність автокореляційної функції $R_y(\tau)$ від величини інтервала зміщення $\tau=\Delta x$ профілю поверхні. З рис. 13 видно, що розподіл ординат за довжиною профілю поверхні підпорядкований н.з.р. Гаусса [16, 59, 125, 128, 190]:

- щільність ймовірностей нормального розподілу:

$$j(y) = \frac{1}{\sqrt{2ps_y^2}} \exp\left[-\frac{(y-a_y)^2}{2s_y^2}\right] = \frac{1}{\sqrt{2ps_y^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{s_y}\right)^2\right]. \quad (10)$$

- для нормованої величини:

$$z = \frac{y-a_y}{s_y} = \frac{y}{s_y}. \quad (11)$$

- нормована щільність ймовірностей нормального розподілу:

$$j(z) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right), \quad (12)$$

де $a_y = Ey = \int_{-\infty}^{\infty} yj(y) dy -$ (13)

математичне сподівання, оцінкою якого є вибіркова

середня \bar{y} : $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i;$ (14)

$$s_y = +\sqrt{s_y^2} -$$
 (15)

середнє квадратичне відхилення (вибіркова оцінка $S = +\sqrt{S^2}$);

$$s_y^2 = Dy = \int_{-\infty}^{\infty} (y-a_y)^2 j(y) dy -$$
 (16)

генеральна дисперсія, оцінкою якої є вибіркова дисперсія:

$$S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2. \quad (17)$$

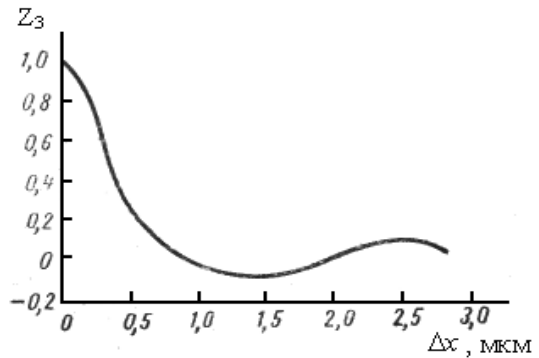


Рис. 12. Залежність функції автокореляції Z_3 від інтервала зміщення Δx для шліфованої поверхні ($Ra=0,25$ мкм) [80].

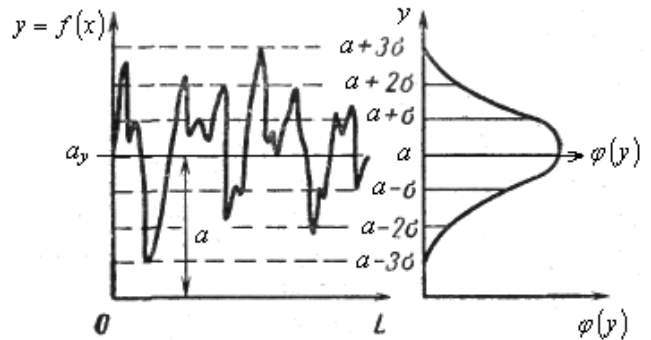


Рис. 13. Профіль поверхні та розподіл ординат $y=f(x)$ за довжиною профілю L [16, 190].

3. Спектральний розклад. Розподіл висот вершин характеризує також теоретична та фізична спектральні щільності (степеневі функції щільності) профілю поверхні. Спектральні щільності $S(\omega)$, що відповідають кореляційним функціям розподілу висот вершин, можна визначити за допомогою перетворення Фур'є [16, 59, 80, 82]. Такий підхід дозволяє отримати двобічну теоретичну спектральну щільність, яка визначається в інтервалі частот $(-\infty < \omega < \infty)$:

$$S_y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_y(t) \exp(-2\pi i \omega t) dt = \Phi(k_x) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_y(t) \exp(-2\pi i K_x y) dy, \quad (18)$$

де k_x – компонент хвильового вектора \hat{K} ; $(-\infty < \omega < \infty)$ – діапазон частот застосування теоретичної спектральної щільності, при цьому (18) існує, якщо $\int_{-\infty}^{\infty} |R_y(t)| dt < \infty$.

Зворотнє перетворення Фур'є запишемо у вигляді [16, 80]:

$$R_y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_y(w) \exp(2\pi i w t) dw = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x) \exp(2\pi i k_x y) dy. \quad (19)$$

З (18) видно [16], що

$$R(0) = s_y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x) dk_x. \quad (20)$$

Фізично здійснені однобічні спектральні щільності $G_y(\omega)$ з частотами ω в інтервалі $(0, \infty)$ мають вигляд [16]:

$$G_y(\omega) = \begin{cases} 2S_y(\omega), & \text{при } 0 \leq \omega < \infty \\ 0, & \text{при інших } \omega, \end{cases} \quad (21)$$

які пов'язані для стаціонарного процесу з АКФ за перетворенням Фур'є [16]:

$$G_y(\omega) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_y(t) \exp(-2\pi i \omega t) dt = 4 \int_0^{\infty} R_y(t) \cos(2\pi \omega t) dt, \quad (22)$$

при $0 \leq \omega < \infty$.

Графік порівняння двобічної теоретичної $[S_y(\omega)]$ та однобічної фізичної здійсненої $[G_y(\omega)]$ спектральної щільності показаний на рис. 14 [16]. На рис. 15 показані графіки спектральної щільності для шорстких поверхонь (рис. 8) [16].

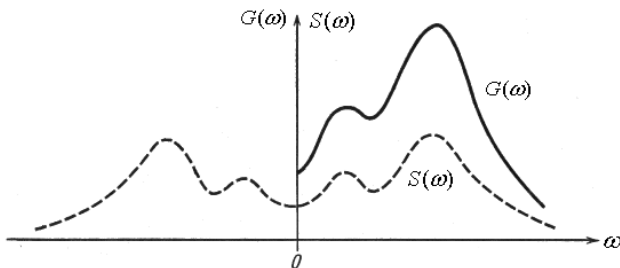


Рис. 14. Однобічна $G(\omega)$ та двобічна $S(\omega)$ спектральні щільності [16].

2.2.2. Парні профілі поверхні. Якщо $y_1=f_1(x)$, $y_2=f_2(x)$ описують два профілі, розподіл ординат за довжиною профілю поверхонь кожного підпорядкований н.з.р. Гаусса, то для пари стаціонарних випадкових профілей статистичними параметрами є:

• щільність ймовірностей двовимірного нормального розподілу [16, 59, 125]:

$$j(y_1, y_2) = \frac{\exp\left\{-\frac{\left(\frac{y_1 - a_1}{s_1}\right)^2 - 2r_{12}\left(\frac{y_1 - a_1}{s_1}\right)\left(\frac{y_2 - a_2}{s_2}\right) + \left(\frac{y_2 - a_2}{s_2}\right)^2}{2(1 - r_{12}^2)}\right\}}{2\pi s_1 s_2 \sqrt{1 - r_{12}^2}}, \quad (23)$$

де $a_i = E[y_i(x)]$ – математичні сподівання;
 $s_i^2 = E\{[y_i(x) - a_i]^2\}$ – генеральні дисперсії,
 відповідно, $s_i = +\sqrt{s_i^2}$ – генеральні середні квадратичні відхилення, оцінками яких є вибіркові дисперсії S_i^2 та середні квадратичні відхилення S_i [128];

$r_{12} = \frac{C_{12}}{s_1 s_2}$ – генеральний коефіцієнт кореляції випадкових величин $y_1=f_1(x)$ та $y_2=f_2(x)$;

$C_{12} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$ – коваріаційна матриця з елементами C_{ij} ;

$$C_{ij} = E[(y_i - a_i)(y_j - a_j)], \quad C_{ii} = s_i^2.$$

За [128]

$$r_{12} = \frac{M_{1/1}}{s_1 s_2}, \quad (24)$$

де $M_{1/1}$ – генеральний змішаний центральний момент другого порядку:

$$M_{1/1} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (y_1 - a_1)(y_2 - a_2) j(y_1, y_2) dy_1 dy_2; \quad (25)$$

$\varphi(y_1, y_2)$ – щільність ймовірностей двовимірного розподілу.

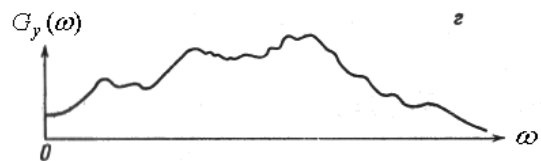
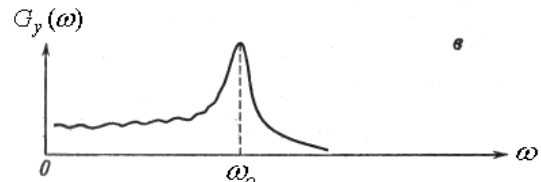
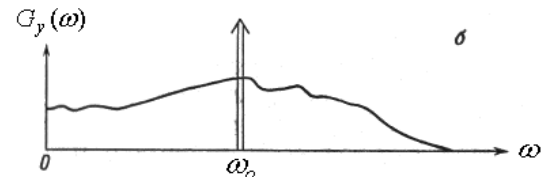
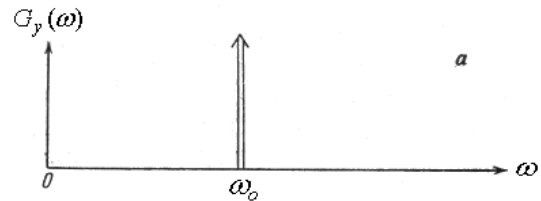


Рис. 15. Графіки однобічної спектральної щільності для шорстких поверхонь: гармонійний процес (а); композиційний процес (гармонійний + випадкового шуму) (б); вузькосмугастий випадковий шум (в); широкосмугастий випадковий шум (г) [16].

На рис. 16 показаний графік сумісної щільності ймовірностей розподілу для двох випадкових величин [16].

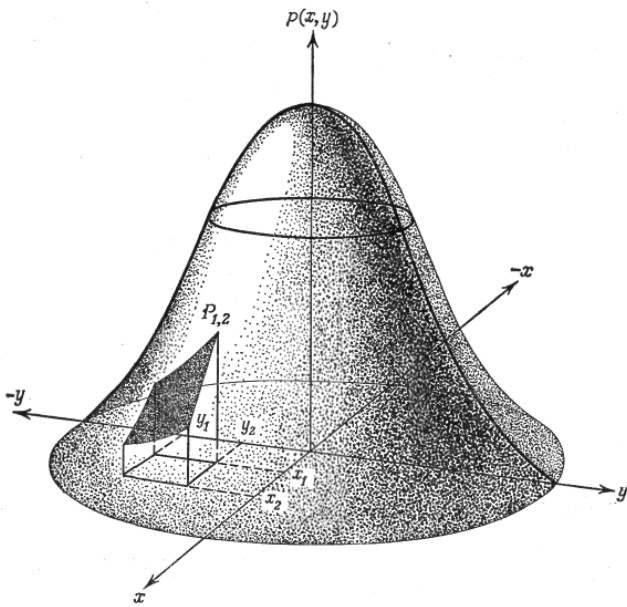


Рис. 16. Графік сумісної щільності ймовірностей розподілу двох випадкових величин (висот профілю поверхні $z=f(x,y)$ у тривимірному просторі) [16].

Оцінкою $M_{1/1}$ є вибірковий змішаний центральний момент другого порядку $m_{1/1}$ [128]:

$$m_{1/1} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_{1i} - \bar{y}_1)(y_{2j} - \bar{y}_2) \quad (26)$$

• **Функція сумісної кореляції** [80]:

$$\begin{aligned} R_{12}(t) &= Z_4 = E[f_1(x) \cdot f_2(x + \Delta x)] = \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L f_1(x) \cdot f_2(x + \Delta x) dx = \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L f_1(x) \cdot f_2(x + t) dx \end{aligned} \quad (27)$$

з вибірковою оцінкою:

$$R_2(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [f_1(x) \cdot f_2(x + \Delta x)]. \quad (28)$$

Типовий графік сумісної кореляційної функції показаний на рис. 17 [16].

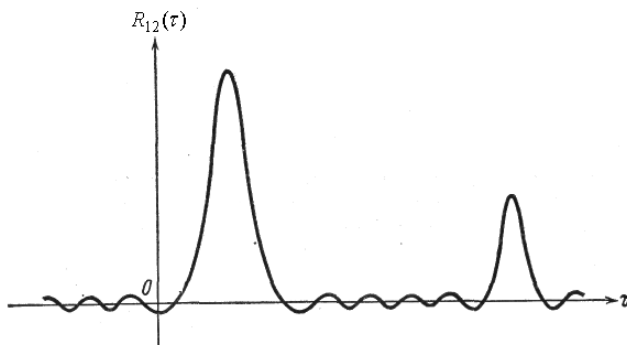


Рис. 17. Графік сумісної кореляційної функції (сумісна корелограма) [16].

Для двох випадкових процесів – профілей шорстких поверхонь – $y_1(x)$ та $y_2(x)$ за [16] можна записати дві автокореляційні функції:

$$R_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_1(w) \exp(2\pi i w t) dw; \quad (29)$$

$$R_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(w) \exp(2\pi i w t) dw \quad (30)$$

та сумісну кореляційну функцію:

$$R_{12}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{12}(w) \exp(2\pi i w t) dw. \quad (31)$$

• **Функція сумісної спектральної щільності** [16]:

За перетворенням Фур'є [80] запишемо двобічні (теоретичні) функції спектральної щільності [16]:

$$S_1(w) = \int_{-\infty}^{\infty} R_1(t) \exp(-2\pi i w t) dt; \quad (32)$$

$$S_2(w) = \int_{-\infty}^{\infty} R_2(t) \exp(-2\pi i w t) dt \quad (33)$$

та двобічну (теоретичну) функцію сумісної спектральної щільності [16]:

$$S_{12}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(t) \exp(-2\pi i w t) dt. \quad (34)$$

Фізично здійснені однобічні спектральні щільності $G_i(\omega)$ з частотами в інтервалі $(0, \infty)$ мають вигляд [16]:

$$G_1(w) = \begin{cases} 2S_1(w), & 0 \leq w < \infty \\ 0, & \text{при інших } w \end{cases}$$

$$G_2(w) = \begin{cases} 2S_2(w), & 0 \leq w < \infty \\ 0, & \text{при інших } w \end{cases}$$

$$G_{12}(w) = \begin{cases} 2S_{12}(w), & 0 \leq w < \infty \\ 0, & \text{при інших } w \end{cases}$$

Для стаціонарного процесу однобічні (фізично здійснені) за перетворенням Фур'є функції спектральних щільностей для діапазону частот $0 \leq \omega < \infty$ мають вигляд [16]:

$$\begin{aligned} G_1(w) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_1(t) \exp(-2\pi i w t) dt = \\ &= 4 \int_0^{\infty} R_1(t) \cos(2\pi w t) dt; \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} G_2(w) &= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_2(t) \exp(-2\pi i w t) dt = \\ &= 4 \int_0^{\infty} R_2(t) \cos(2\pi w t) dt; \end{aligned} \quad (36)$$

$$G_{12}(w) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(t) \exp(-2\pi i w t) dt =$$

$$= 4 \int_0^{\infty} R_{12}(t) \cos(2\pi w t) dt. \quad (37)$$

Так як сумісна кореляційна функція непарна, то сумісна спектральна щільність є комплексною величиною з двома складовими [16]:

$$G_{12}(w) = C_{12}(w) - iQ_{12}(w), \quad (38)$$

де $C_{12}(w)$ – синфазна складова (дійсна частина);

$Q_{12}(w)$ – квадратурна складова (уявна частина), які мають вигляд [16]:

$$C_{12}(w) = \lim_{\Delta w \rightarrow 0} \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{(\Delta w)L} \int_0^L y_1(x, w, \Delta w) y_2(x, w, \Delta w) dx;$$

$$(39)$$

$$Q_{12}(w) = \lim_{\Delta w \rightarrow 0} \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{(\Delta w)L} \int_0^L y_1(x, w, \Delta w) y_0(x, w, \Delta w) dx,$$

$$(40)$$

де $y_1(x, w, \Delta w)$, $y_2(x, w, \Delta w)$ – відфільтровані частини процесів $y_1(x)$, $y_2(x)$ відповідно;

$y_0(x, w, \Delta w)$ – функція, що зміщена на 90° за фазою відносно $y_1(x, w, \Delta w)$.

Спектральна щільність у вигляді показникової функції виглядає так [16]:

$$G_{12}(w) = |G_{12}(w)| \exp[-iq_{12}(w)], \quad (41)$$

де $q_{12}(w) = 2\pi w t$, а модуль $|G_{12}(w)|$ та аргумент $q_{12}(w)$ пов'язані з $C_{12}(w)$ та $Q_{12}(w)$ так [16]:

$$\begin{cases} |G_{12}(w)| = \sqrt{C_{12}^2(w) + Q_{12}^2(w)} & (42) \\ q_{12}(w) = \arctg \frac{Q_{12}(w)}{C_{12}(w)} & (43) \end{cases}$$

Тут $|G_{12}(w)|^2 \leq G_1(w) \cdot G_2(w)$. (44)

На рис. 18 показаний типовий графік однобічної (фізичної) сумісної здійсненої спектральної щільності $|G_{12}(w)|$ та аргумента $q_{12}(w)$ (співвідношення синфазної та квадратурної складових) – дві частини, що визначають модуль і фазу – як функції частоти ω для двох випадкових процесів.

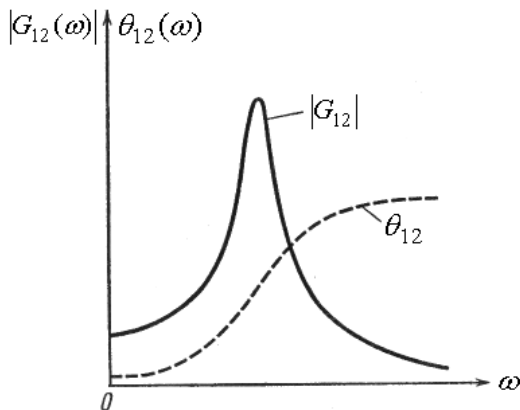


Рис. 18. Графік сумісної спектральної щільності двох профілей $y_1(x)$ та $y_2(x)$ шорсткої поверхні [16].

• Частотні характеристики спектра [16]:

$$H_1(w) = \frac{G_{12}(w)}{G_1(w)}; \quad (45)$$

$$H_2(w) = \frac{G_{12}(w)}{G_2(w)}; \quad (46)$$

• Когерентні характеристики спектра [16]:

Для однобічної (фізичної) здійсненої сумісної спектральної щільності стаціонарного процесу величину

$$g_{12}^2(w) = \frac{|G_{12}(w)|^2}{G_1(w) \cdot G_2(w)} \quad (47)$$

називають функцією когерентності. Вона визначена в інтервалі $0 \leq g_{12}^2(w) \leq 1$: функції $y_1(x)$ і $y_2(x)$ некогерентні (некорельовані) на даній частоті ω , якщо $g_{12}^2(w) = 0$; для статистично незалежних функцій $y_1(x)$ і $y_2(x)$ для всіх значень частот $g_{12}^2(w) = 0$; якщо для всіх значень частот $g_{12}^2(w) = 1$, то функції $y_1(x)$ та $y_2(x)$ повністю когерентні, а в межах $0 < g_{12}^2(w) < 1$ – частинно когерентні для всіх значень частот.

Для двосторонньої теоретичної сумісної спектральної щільності вводять [16] функцію загальної когерентності:

$$g_{12}^2(w) = \frac{|S_{12}(w)|^2}{S_{11}(w) \cdot S_{22}(w)} \quad (48)$$

та функцію частинної когерентності [16]:

$$g_{1(2)2}^2(w) = \frac{\left\{ S_{1(2)}(w) \left[1 - \frac{S_{12}(w) S_{2(2)}(w)}{S_{22}(w) S_{1(2)}(w)} \right] \right\}^2}{S_{11}(w) [1 - g_{12}^2(w)] \cdot S_{22}(w) [1 - g_{2(2)}^2(w)]}, \quad (49)$$

де $g_{12}^2(w) = \frac{|S_{12}(w)|^2}{S_{11}(w) \cdot S_{22}(w)}$;

$$g_{2(2)}^2(w) = \frac{|S_{2(2)}(w)|^2}{S_{22}(w) \cdot S_{(2,2)}(w)}.$$

2.2.3. Інші параметри.

• Параметр нахилу нерівностей [80]:

$$Z_5 = \left[\frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx \right]^{1/2}. \quad (50)$$

• Параметр гостроверхості (кривини) вершин нерівностей [80]:

$$Z_6 = \left[\frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)^2 dx \right]^{1/2}. \quad (51)$$

• Параметр напрямку нахилу виступів [80]:

$$Z_7 = \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta x_i)_{\leftarrow} - \sum_{i=1}^N (\Delta x_i)_{\leftarrow}}{L} \cdot 100\%, \quad (52)$$

де «+» – різниця довжин, що відносяться до позитивних виступів;

«-» – різниця довжин, що відносяться до негативних виступів.

• **Ширина розподілу** (розмах варіювання) ординат профілю еквівалентна максимальній висоті нерівностей профілю R_{max} , яка є відстанню за ординатою між максимальним виступом та мінімальною западиною профілю в межах базової довжини L :

$$R_{max}^* = H_{i_{max}} - H_{i_{min}} \leftarrow R_{max} = h_{i_{max}} - h_{i_{min}}, \quad (53)$$

де відлік $H_{i_{max}}$, $H_{i_{min}}$ може бути виконаний від довільної реперної лінії.

Співвідношення між R_{max} , R_a , R_q має вигляд [36]:

$$R_{max} \approx 5,20R_a \approx 4,149R_q. \quad (54)$$

• **Стандартизована висота** нерівностей профілю поверхні за 10 точками (R_z), яка дорівнює сумі середніх арифметичних абсолютних відхилень ординат точок 5 найбільших максимумів та 5 найменших мінімумів в межах базової довжини [36]:

$$R_z = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^{N=5} |H_{i_{max}}| + \sum_{i=1}^{N=5} |H_{i_{min}}| \right). \quad (55)$$

Для середньої лінії, яка має форму відрізків прямих, R_z є середня відстань між ординатами 5 найвищих виступів та 5 найнижчих западин в межах базової довжини, які виміряні від лінії, паралельній середній лінії, що не перетинає профіль поверхні [36]:

$$R_z = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^{N=5} h_{i_{max}} - \sum_{i=1}^{N=5} h_{i_{min}} \right). \quad (56)$$

Зв'язок між R_{max} і R_z задається рівнянням [85]:

$$R_{max} \approx 1,15 R_z. \quad (57)$$

• R_p – відстань від найвищої точки профілю до його середньої лінії (висота),

R_v – відстань від найнижчої точки профілю до його середньої лінії (глибина), причому

$$R_p + R_v = R_{max}. \quad (58)$$

2.2.4. Похибка $\Delta(R_y)$ при вимірюванні та розрахунках висотних параметрів пов'язана з довільним вибором величини базової довжини та довільно вибраною точкою – началом відліку, яка визначається наступним співвідношенням [36]:

$$\Delta(R_y) = \left[\frac{\cos(\arctg H_{xg} / S_{xg})}{\cos(\arctg H_{xg} / S_{xg}) \cdot k_v} - 1 \right] \cdot 100\%, \quad (59)$$

де H_{xv} – висота хвилі;

S_{xv} – крок хвилі;

k_v – коефіцієнт горизонтального стиснення профілю.

Найменше значення S_{xv}/H_{xv} має місце при точенні (60-135), а найбільше – при поліруванні (2500-13600) [38].

Якщо прийняти $k_v=20$, а із співвідношень при точенні $H_{xv}/S_{xv}=0,0167-0,0074$, а при поліруванні $H_{xv}/S_{xv}=4 \cdot 10^{-4}-7,4 \cdot 10^{-5}$, вибрати найбільше $H_{xv}/S_{xv} \approx 0,02$, то за (26) будемо мати похибку $\Delta(R_y)=7,7\%$, тоді $\Delta(R_y) \approx 8\%$ – є найбільше граничне значення похибки.

Величина показників шорсткості поверхонь R_a і R_z та відповідні їм класи рівності поверхонь приведені в табл. 1.

Таблиця 1

Величини показників шорсткості та класи рівності поверхонь [139]

Клас рівності поверхонь	R_a , мкм	R_z , мкм	Позначення класа рівності поверхонь на кресленнях
1	80	320	$\nabla 1$
2	40	160	$\nabla 2$
3	20	80	$\nabla 3$
4	10	40	$\nabla 4$
5	5	20	$\nabla 5$
6	2,5	10	$\nabla 6$
7	1,25	6,3	$\nabla 7$
8	0,63	3,2	$\nabla 8$
9	0,32	1,6	$\nabla 9$
10	0,16	0,80	$\nabla 10$
11	0,080	0,40	$\nabla 11$
12	0,040	0,20	$\nabla 12$
13	0,020	0,10	$\nabla 13$
14	0,010	0,05	$\nabla 14$
(15)*	0,007	0,04	($\nabla 15$)*
(16)*	0,005	0,03	($\nabla 16$)*
(17)*	0,003	0,02	($\nabla 17$)*
(18)*	0,001	0,01	($\nabla 18$)*

* проект

2.3. Крокові параметри нерівностей поверхні:

• **Середній крок нерівностей** [36]:

$$S_m = \frac{2l_m}{k_m - 1}, \quad (60)$$

де l_m – довжина відрізка середньої лінії між першим перетином та останнім непарним перетином, її профілем в межах базової довжини;

k_m – число перетинів середньої лінії профілем у тих же межах, відліковуючи з першого до останнього непарного перетину.

• **Середній крок нерівностей за вершинами:**

$$S_{max} = \frac{l_0}{k_{max} - 1}, \quad (61)$$

де l_0 – довжина відрізка середньої лінії між проєкціями найвищих точок першого й останнього виступів профілю в межах базової довжини;

k_{max} – число виступів (піків, максимумів) профілю в межах базової довжини.

• **Середній крок нерівностей за западинами:**

$$S_{min} = \frac{l_0}{k_{min} - 1}, \quad (62)$$

де l_0 – довжина відрізка середньої лінії між проєкціями найнижчих точок першої та останньої западин профілю в межах базової довжини;

k_{min} – число западин (мінімумів) профілю в межах базової довжини.

Обмеженість інформації про шорстку поверхню тертя та зношування за допомогою цих 24 параметрів є загально визнаним фактом [4, 139].

2.4. До структурного параметру нерівностей поверхні відносять [36, 64, 80] стандартизовану відносну опорну довжину профілю t_p на рівні p (від R_{max}) перерізу профіля (у % або відносних одиниць від базової довжини L) – опорна крива Аббота (рис. 19) [14, 64, 85, 151]:

$$t_p = \frac{h_p}{L} = f_t(p), \quad (63)$$

де h_p – опорна довжина (дорівнює сумі відрізків в межах базової довжини, що відсікає на певному рівні p в тілі виступів профілю поверхні лінією, що еквідистантна середньої лінії).

Опорна крива характеризує структуру нерівностей поверхні: показує закономірність зростання площі опори у певному перерізі при зближенні контактуючих двох поверхонь – абсолютно рівної та шорсткої поверхонь.

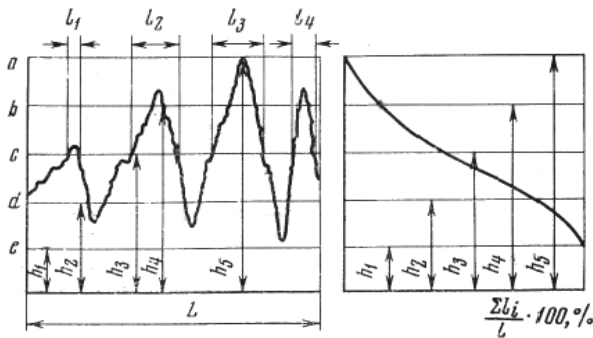


Рис. 19. Побудова кривої опорної поверхні.

Параметри степеневої апроксимації опорної кривої (b, v), описують залежність відносної опорної довжини профілю t_p від нормованого значення рівня перерізу профілю [14, 85]:

$$t_p = be^n, \quad (64)$$

де $e = \frac{p}{R_{max}}$; p – рівень перерізу профіля.

Експериментально знайдено: $b=2-20$; $v=2-3$.

2.5. Відомі спроби створення простого критерію оцінки шорсткості, який би у повній мірі характеризував експлуатаційні властивості поверхні [56, 78]. Так, в [54, 55, 91-93] запропонований безрозмірний комплекс:

$$\Delta^* = \frac{R_{max}}{\bar{r}b^{1/v}}, \quad (65)$$

де R_{max} – найбільша висота нерівностей профілю поверхні;

\bar{r} – середній радіус одиничних нерівностей;

b, v – параметри кривої Аббота – степеневої апроксимації початкової ділянки відносної опорної довжини профілю t_p^* на заданому рівні p^* [151]:

$$t_p^* = b\left(\frac{h_c}{R_{max}}\right)^v, \quad (66)$$

h_c – зближення поверхонь.

Параметри шорсткості, опорна крива, R_{max} і безрозмірний комплекс Δ^* визначаються за опосередкованими даними профілограм.

3. Теоретико-ймовірнісні моделі.

Одним із найбільш вагомих факторів, який утруднює математичний опис шорсткості поверхонь твердих тіл, є її нерегулярність, що виникає в результаті фізичних та фізико-хімічних способів обробки та формування поверхонь твердих тіл, яка і викликає необхідність застосування для її опису та аналізу теоретико-ймовірнісних методів [149, 156].

Дослідження шорсткої поверхні методами одномірних випадкових функцій [97, 137, 163, 208, 209] базуються на двох припущеннях:

- статистичні характеристики поверхні приймаються рівними статистичним характеристикам профілограм цієї ж поверхні;

- вершини нерівностей вважають сферичними.

Профілограма вказує на менше число високих піків порівняно з дійсним числом високих вершин на поверхні, тому що профілограма з більшою ймовірністю проходить по схилу виступу поверхні, ніж по вершині. Навіть для грубої поверхні і поверхні, яка отримана різанням з вузькою спектральною функцією, малоймовірно, що всі нерівності будуть проходити через середню лінію профілю. Як показано в [115], середня висота виступів профілю приблизно на 80 % менша середньої висоти виступів поверхні.

Таким чином, перше припущення приводить до помилки при визначенні розподілу висот вершин, кривини і градієнту поверхні: профілограма дає занижені ймовірності високих вершин, кривини у вершинах і середні градієнти.

На цій же підставі крива опорної поверхні доволі неточно визначає площу поверхні на відповідному рівні, тому що певна сума відрізків профілограм являє собою переріз нерівностей поверхні по схилах і, таким чином, непропорційна реальній площі на даній висоті. Ймовірність, що на профілограмі зустрінеться максимальний виступ, дуже мала.

Таким чином, величини \bar{r} , R_{max} , b , v , Δ^* визначаються з малою точністю. Друге припущення допускає рівність кривин у напрямках осей, що приводить до похибок у визначенні середньої кривини, головних кривин і відношення головних кривин у вершині мікронерівностей.

Наприклад, завдання визначення головних кривин і відношення головних кривин у вершинах мікронерівностей вирішується таким чином: в двох перпендикулярних напрямках, які відповідають поздовжній і поперечній шорсткостям поверхні, знімаються профілограми, за ними визначаються радіуси кривин у вершинах мікронерівностей, які і приймаються за головні. Дослідження [109] точності цього методу визначення головних кривин і відношення головних кривин (l) показало, що при відносній похибці при значеннях кута похибки $\psi = 1^0, 3^0, 5^0, 10^0$ відношення кривини l міняється від 1 до 0,0004. Так, при $l \geq 0,126$ метод дає задовільні результати. При малому відношенні кривин ($l < 0,126$) із зменшенням l похибка катастрофічно зростає, що веде до непридатності формули для визначення ексцентриситету. Наприклад, при $l < 0,9$ ексцентриситет

$$e^2 \approx 1 - l^{4/3}. \quad (67)$$

Тому, необхідно було знайти метод визначення головних кривин, який не вимагає визначення

поздовжнього і поперечного напрямків на поверхні і, таким чином, не був би пов'язаний з кутом похибки ψ .

Для опису статистично однорідної ізотропної поверхні в [75, 170, 185, 186, 187, 188, 189] при дослідженні поверхні океану при хвилюванні і в [82] при вивченні ізотропної поверхні твердого тіла застосували випадкову функцію для двох змінних $z=z(x,y)$, яка має автокореляційну функцію (АКФ) $R(x,y)$ [82]:

$$R(x,y) = \lim_{L_1 \rightarrow \infty, L_2 \rightarrow \infty} \frac{1}{4L_1L_2} \int_{-L_1}^{L_1} \int_{-L_2}^{L_2} z(x_1, y_1) z(x_1 + \Delta x, y_1 + \Delta y) dx_1 dy_1 \quad (68)$$

і допускає її спектральний розклад Фур'є $\Phi(k_x, k_y)$ на гармонічні компоненти k_x, k_y хвильового вектора \mathbf{K} [82]:

$$\Phi(K_x, K_y) = \frac{1}{4p^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(x,y) \exp[-i(xK_x + yK_y)] dx dy, \quad (69)$$

а зворотне перетворення $\Phi(k_x, k_y)$ [82]:

$$R(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(K_x, K_y) \exp[i(xK_x + yK_y)] dK_x dK_y. \quad (70)$$

При цьому характеристики поверхні можна виразити через моменти спектральної щільності (СЩ):

$$m_{pq} = \text{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(k_x, k_y) k_x^p k_y^q dk_x dk_y, \quad (71)$$

де Re – дійсна частина числа.

Лонге-Гітгінс отримав співвідношення для щільності піків анізотропної гауссовської поверхні [187, 188], а в [75] розглядає питання про кутові коефіцієнти і градієнти такої поверхні.

Наближені методи отримання характеристик анізотропної поверхні на основі теорій випадкових функцій і з використанням кривої опорної поверхні, а також пов'язані з ними методи розрахунків фактичної площі контакту, оцінки триботехнічних властивостей контактуючої поверхні узагальнені в [4, 56].

Найяк [82] отримав розподіл висот вершин, середню кривину у вершині та градієнт ізотропної поверхні, а також висоти та кривини піків і кутовий коефіцієнт профілограми цієї ж поверхні:

1) Розподіл висот вершин:

а) Щільність висот вершин шорсткої ізотропної поверхні, для якої спектральні моменти p -порядку дорівнюють $m_{00}=m_0$; $m_{20}=m_{02}=m_2$; $m_{11}=m_{13}=m_{31}=0$; $3m_{22}=m_{40}=m_{04}=m_4$ [68]:

$$P(e'_1) = \frac{m_4}{m_2} \frac{\sqrt{C_1(a)}}{3(2p)^3} \exp[-C_1(e'_1)^2] \iiint_{V_1} |t_1^2 - t_2^2 - t_3^2| \times \exp\left\{-\frac{1}{2}[C_1 t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + C_2 t_1 e'_1]\right\} dt_1 dt_2 dt_3, \quad (72)$$

$$\text{де } a = \frac{m_0 m_4}{m_2^2}; \quad C_1 = \frac{a}{2a-3}; \quad C_2 = \frac{C_1}{\sqrt{12/a}};$$

$$e'_1 = \frac{e_1}{\sqrt{m_0}} = \frac{e_1}{s}; \quad e_1 = z; \quad e_2 = \partial z / \partial x; \quad e_3 = \partial z / \partial y;$$

$$e_4 = \partial^2 z / \partial x^2; \quad e_5 = \partial^2 z / \partial x \partial y; \quad e_6 = \partial^2 z / \partial y^2;$$

$$(t_1, t_2, t_3) = \sqrt{\frac{3}{m_4}} \left(\frac{e_4 + e_6}{2}, \frac{e_4 - e_6}{2} \right), \quad (73)$$

а область інтегрування V_1 визначається нерівностями:

$$t_1 < 0; \quad t_2^2 + t_3^2 \leq t_1^2. \quad (74)$$

б) Щільність ймовірностей висот вершин шорсткої ізотропної поверхні [82]:

$$p(e'_1) = \frac{\sqrt{3}}{2p} \left\{ \exp[-C_1(e'_1)^2] \right\} e'_1 \sqrt{\frac{3(2a-3)}{a^2}} + \frac{3\sqrt{2p}}{2a} \exp\left[-\frac{1}{2}(e'_1)^2\right] [1 + \text{erf}(b)] [(e'_1)^2 - 1] + \sqrt{\frac{2pa}{3(a-1)}} \times \exp\left\{-\left[\frac{a(e'_1)^2}{2(a-1)}\right] [1 + \text{erf}(g)]\right\}, \quad (75)$$

$$\text{де } b = e'_1 \sqrt{\frac{3}{2(2a-3)}}; \quad g = e'_1 \sqrt{\frac{a}{2(a-1)(2a-3)}};$$

$$\text{erf}(b) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^b \exp(-b^2) db;$$

$$\text{erf}(g) = \frac{2}{\sqrt{p}} \int_0^g \exp(-g^2) dg \quad \text{– інтеграли}$$

ймовірностей помилки [59].

в) Параметр α пов'язаний з характерною шириною спектральної щільності поверхні і змінюється в межах: $1,5 < \alpha < \infty$.

Граничні залежності для $p(\epsilon'_1)$ [82]:

- при $\alpha \rightarrow 1,5$ ($\beta \rightarrow \infty$; $\gamma \rightarrow \infty$; $C_1 \rightarrow \infty$)

$$p(e'_1) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2p}} \exp\left[-\frac{1}{2}(e'_1)^2\right] \left\{ (e'_1)^2 - 1 + \exp[-(e'_1)^2] \right\}, & e'_1 \geq 0 \\ 0, & e'_1 < 0 \end{cases} \quad (76)$$

- при $\alpha \rightarrow \infty$

$$p(e'_1) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \exp\left[-\frac{1}{2}(e'_1)^2\right], \quad (77)$$

тобто при $\alpha \rightarrow \infty$ розподіл висот вершин підпорядкований нормованому нормальному розподілу Гауса.

На рис. 20 приведена залежність щільності ймовірностей розподілу висот вершин $p(\epsilon'_1)$ шорсткої ізотропної поверхні в залежності від безрозмірної (зведеної) висоти ϵ'_1 та параметра широкосмужності спектру $\alpha = 1,5 \dots \infty$.

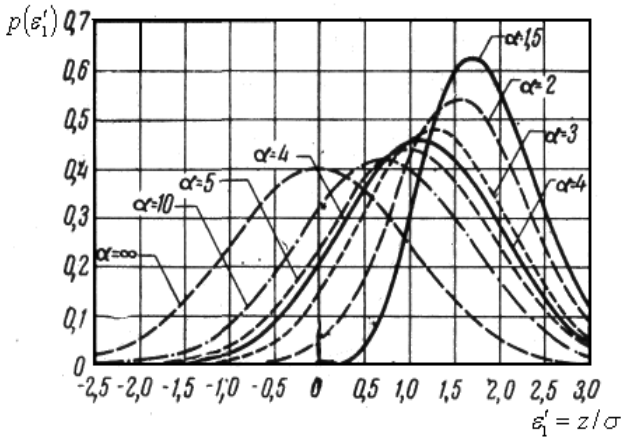


Рис. 20. Щільність ймовірностей розподілу висот вершин ізотропної шорсткої поверхні [82].

2) Середня кривина ізотропної шорсткої поверхні у вершині виступів:

а) Сумісна щільність висот вершин ε'_1 та еквівалентних середніх кривин у вершині t_1 [82]:

$$P(\varepsilon'_1, t_1) = \frac{m_4}{m_2} \cdot \frac{\sqrt{C_1}}{3(2p)^3} \exp[-C_1(\varepsilon'_1)^2] \times \exp\left[-\left[\frac{C_1(a)t_1^2 + C_2(a)t_1\varepsilon'_1}{2}\right]\right] \times \int \int_{V_2} |t_1^2 - t_2^2 - t_3^2| \cdot \exp\left[-\frac{(t_2^2 + t_3^2)}{2}\right] dt_2 dt_3, \quad (78)$$

де область інтегрування V_2 визначена нерівністю:

$$t_1^2 \geq t_2^2 + t_3^2; \quad t_1 > 0. \quad (79)$$

б) Сумісна щільність ймовірностей розподілу висот вершин ε'_1 та еквівалентних середніх кривин у вершині t_1 ізотропної шорсткої поверхні [82]:

$$p(\varepsilon'_1, t_1) = \frac{\sqrt{3C_1}}{2p} \cdot \exp[-C_1(\varepsilon'_1)^2] \times \left\{ t_1^2 - 2 + 2 \exp\left[-\left(\frac{t_1^2}{2}\right)\right] \right\} \times \exp\left[-\left[\frac{C_1(a)t_1^2 + C_2(a)t_1\varepsilon'_1}{2}\right]\right]. \quad (80)$$

в) Очікуване значення середньої кривини $\bar{K}_m(\varepsilon'_1)$ у вершині висотою ε'_1 [82]:

$$\bar{K}_m(\varepsilon'_1) = \sqrt{\frac{m_4}{3}} \cdot \frac{J_3(\varepsilon'_1) - 2J_1(\varepsilon'_1) + 2J_5(\varepsilon'_1)}{J_2(\varepsilon'_1) - 2J_0(\varepsilon'_1) + 2J_4(\varepsilon'_1)}, \quad (81)$$

де J_0, \dots, J_5 – функції параметрів ε'_1 і α :

$$J_0 = \sqrt{\frac{p}{2C_1}} \exp\left[-\frac{(\varepsilon'_1)^2}{2}\right] (1 + \operatorname{erfb});$$

$$J_1 = \frac{1}{C_1} \left\{ \exp[-C_1(\varepsilon'_1)^2] + b\sqrt{p} \exp\left[-\frac{(\varepsilon'_1)^2}{2}\right] (1 + \operatorname{erfb}) \right\};$$

$$J_2 = \sqrt{\frac{2}{C_1^3}} \left\{ b \exp[-C_1(\varepsilon'_1)^2] + \sqrt{p} \exp\left[-\frac{(\varepsilon'_1)^2}{2}\right] (1 + \operatorname{erfb})(b^2 + 1/2) \right\};$$

$$J_3 = \frac{2}{C_1^2} \left\{ \exp[-C_1(\varepsilon'_1)^2] (1 + b^2) + \sqrt{p} \exp\left[-\frac{(\varepsilon'_1)^2}{2}\right] \times (1 + \operatorname{erfb})(b^3 + 3b/2) \right\};$$

$$J_4 = \sqrt{\frac{p}{2(1+C_1)}} \exp\left[-\frac{a(\varepsilon'_1)^2}{2(a-1)}\right] (1 + \operatorname{erfg});$$

$$J_5 = \frac{1}{C_1 + 1} \left\{ \exp[-C_1(\varepsilon'_1)^2] + g\sqrt{p} (1 + \operatorname{erfg}) \exp\left[-\frac{a(\varepsilon'_1)^2}{2(a-1)}\right] \right\}.$$

Граничні залежності для $\bar{K}_m(\varepsilon'_1)$ [68]:

$$\bullet \text{ при } \alpha \rightarrow 1,5 \quad \bar{K}_m(\varepsilon'_1) = \begin{cases} \varepsilon'_1 \sqrt{\frac{2}{3}} m_4, & \varepsilon'_1 \geq 0 \\ 0, & \varepsilon'_1 < 0 \end{cases} \quad (82)$$

$$\bullet \text{ при } \alpha \rightarrow \infty \quad \bar{K}_m(\varepsilon'_1) = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{m_4}{p}}. \quad (83)$$

На рис. 21 приведена залежність сподівання значення безрозмірної середньої кривини ізотропної шорсткої поверхні у вершині $\bar{K}_m / \sqrt{m_4}$ від безрозмірної (зведеної) висоти ε'_1 та параметра широкосмужності спектра α .

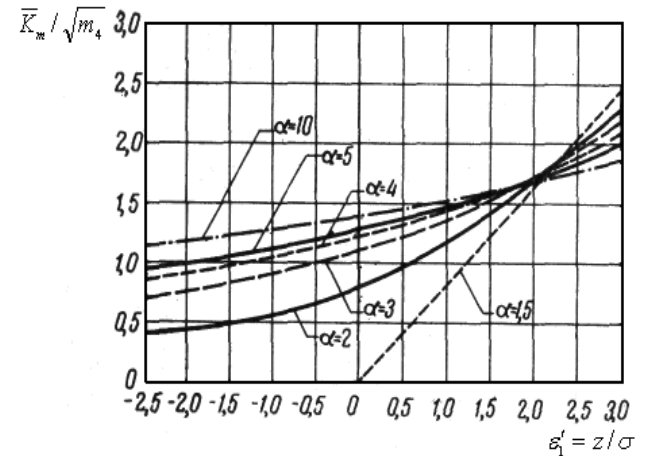


Рис. 21. Сподіване значення безрозмірної кривини ізотропної поверхні у вершині нерівностей [82].

3) Щільність ймовірностей висоти ε_1 ізотропної шорсткої поверхні [82]:

$$p(\varepsilon_1) = \frac{1}{\sqrt{2ps^2}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_1}{s}\right)^2\right], \quad (84)$$

а функція розподілу висот вершин ізотропної шорсткої поверхні [82]:

$$F(\varepsilon_1) = \int_{-\infty}^{\varepsilon_1} p(\varepsilon_1) d\varepsilon_1. \quad (85)$$

4) Градієнт поверхні визначається за [82]:

$$z = \sqrt{e_2^2 + e_3^2}. \quad (86)$$

а) щільність ймовірностей змінної ζ [75, 82]:

$$p(z) = \frac{z}{m_2} \exp\left[-\left(\frac{z^2}{2m_2}\right)\right]; \quad (87)$$

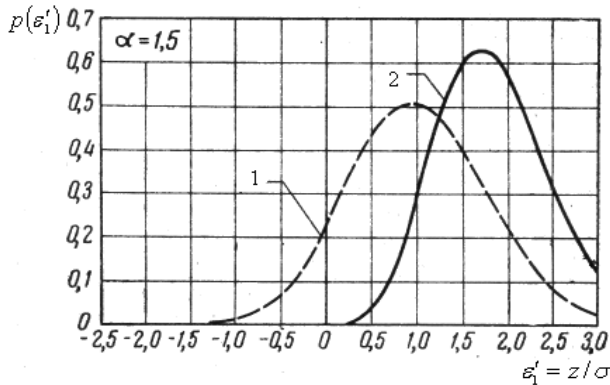
б) звідки сподіване середнє значення градієнта поверхні [82]:

$$\bar{z} = \int_0^{\infty} zp(z) dz = \sqrt{\frac{pm_2}{2}}. \quad (88)$$

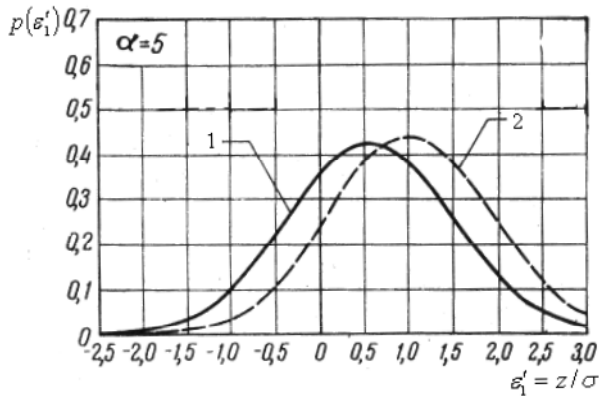
Крім того, Найяк розглянув методика знаходження моментів спектральної щільності ізотропної поверхні за однією профілограмою, яка виміряна у довільному напрямку, а також показав відмінності щільності ймовірностей висот вершин поверхні і піків профілограми від очікуваних значень, кривин вершин поверхні та кривин піків профілограми.

Порівняння щільності ймовірностей висот піків профілограми (1) та вершин поверхні (2) для $\alpha=1,5$ (а) та $\alpha=5$ (б) приведена на рис. 22. Порівняння сподіваних значень кривин піків профілограми (1) та вершин поверхні (2) для $\alpha=1,5$ (а) та $\alpha=5$ (б) приведені на рис. 23.

Як видно з рис. 22 і рис. 23, є значна статистична різниця між даними профілограми та поверхні, яка зростає по мірі зміни параметра широкосмужності α від ∞ до 1,5. Встановлена відмінність статистичних характеристик поверхні та профілограми, ймовірно, суттєва і для анізотропної поверхні.

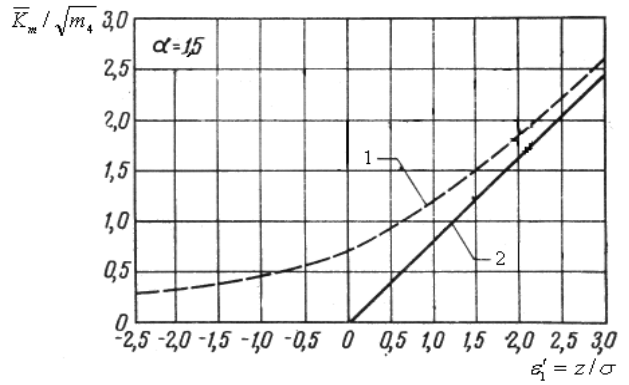


а)

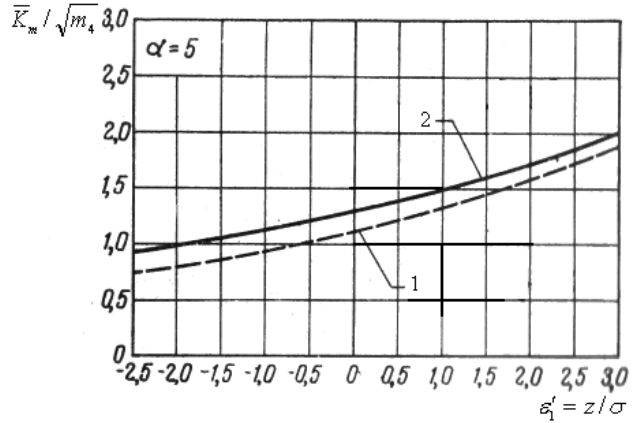


б)

Рис. 22. Порівняння щільності ймовірностей розподілу висот піків профілограми (1) та вершин поверхні (2) для $\alpha=1,5$ (а) та $\alpha=5$ (б) [82].



а)



б)

Рис. 23. Порівняння сподіваних значень кривин піків профілограми (1) та вершин поверхні (2) для $\alpha=1,5$ (а) та $\alpha=5$ (б) [82].

Теорія [82] застосовувалась для аналізу ізотропної поверхні при пружному контакті [146, 163], при пластичній течії [160, 161] і при адгезії [159]. В [4] розглянуті деякі наближені методи отримання характеристик анізотропної поверхні, а в [5, 6] – розрахунки з використанням моделі ізотропних поверхонь.

Модель анізотропної шорсткої поверхні у вигляді реалізації однорідного випадкового поля $\mathbf{z}=\mathbf{z}(\mathbf{x},y)$, отриманого із відповідного ізотропного поля шляхом розтягування за однією з координат, розглянута в [26, 182]. Ця модель являє собою рідкісний випадок анізотропної поверхні, яка може бути отримана при окремих видах абразивної обробки або фрикційного припрацювання.

Використовуючи рідкісний випадок апроксимації АКФ виду:

$$R(x, y) = \exp[-(a_1x^2 + a_2y^2)], \quad (89)$$

в [68] аналізується анізотропна поверхня. Вибір такої апроксимації пов'язаний з тим, щоби далі отримати матрицю кореляційних співвідношень для анізотропної поверхні, яка співпадала би зі структурою з матрицею кореляційних співвідношень для ізотропної поверхні. Це говорить про штучний підхід за апроксимації (89) до опису анізотропної поверхні.

У роботі [208] ретельно обговорені «треточкові» дослідження профілограм поверхонь у припущенні, що АКФ має вигляд:

$$R(r) = m_0 \exp(-b|r|), \quad (90)$$

де параметр β характеризує швидкість загасання кореляцій. Найяк [82] спробував визначити параметри \mathbf{m}_2 і \mathbf{m}_4 за (90) і прийшов до висновку, що згідно теорії марковських процесів, випадковий процес з експоненціальною АКФ, наприклад (90), середні квадрати першої та другої похідних \mathbf{m}_2 і \mathbf{m}_4 прагнуть до ∞ , так як (90) не має другої та четвертої похідних

$$\text{при } x=0: \left(\frac{d^2 R}{dr^2} \right)_{r=0} = -m_2; \left(\frac{d^4 R}{dr^4} \right)_{r=0} = m_4. \quad (91)$$

Таким чином, щоби \mathbf{m}_2 і \mathbf{m}_4 (відповідно і \mathbf{a}) існували, необхідно щоби АКФ була достатньо рівною на початку $r \rightarrow 0$. Можливо, що про $r \rightarrow \infty$ функція (90) є експонента, але цю властивість не можна екстраполювати в ділянку малих значень r .

Взагалі, апроксимація АКФ функціями визначеного виду [95–97, 98, 99, 208] веде до згрублення випадкового процесу і може бути джерелом похибок при визначенні СЩ. Необрнтованість подібного підходу показана в [82].

Відзначимо, що в [20] аналізується поодинокій випадок анізотропної поверхні, яка має виступи з великим ексцентриситетом і орієнтованих в одному напрямку, причому вісь ОХ орієнтована в подовженому напрямку мікронерівностей. Тоді в силу симетрії будемо мати такі співвідношення моментів СЩ: $\mathbf{m}_{11} = \mathbf{m}_{13} = \mathbf{m}_{31} = 0$. Крім того, $\mathbf{m}_{04} \gg \mathbf{m}_{40}$, що рівнозначно $\mathbf{m}_{02} \gg \mathbf{m}_{20}$. Для опису такої поверхні необхідно мати п'ять параметрів: дисперсію висот поверхні відносно середньої площини \mathbf{m}_{00} , середні квадрати кутів нахилу в двох головних напрямках \mathbf{m}_{20} і \mathbf{m}_{02} і середні квадрати двох головних кривин \mathbf{m}_{40} і \mathbf{m}_{04} . Стосовно такої поверхні авторами [20] розглядається фактична площа контакту (ФПК) і умови переходу пружного деформування до пластичної течії.

Використовуючи модель випадкового поля шорсткої поверхні і не пов'язуючи її з АКФ якогось певного виду, не використовуючи припущення, які прийняті для опису поверхні одномірними випадковими функціями або поверхні з сильною анізотропією і орієнтованими мікронерівностями, а також не припускаючи певної форми нерівностей, в

[103, 108, 109, 111, 115, 200, 201] отримано співвідношення для законів розподілення та їх основних параметрів анізотропних поверхонь: щільності ймовірності висот вершин, середньої кривини у вершині мікронерівностей, градієнту поверхні, повної кривини у вершині, головних кривин і співвідношення головних кривин у вершині мікронерівностей анізотропної поверхні, а також для середньої висоти виступів шорсткої поверхні і щільності плям контакту при сполученні шорсткої поверхні з рівною.

При цьому, з опису топографії анізотропної поверхні як частинний випадок витікали результати для ізотропної поверхні, які для щільності ймовірності висот вершин, середньої кривини мікронерівностей поверхні у вершині і градієнта, приведені до раніше відомих результатів [82], крім того, дослідження фактичної площини контакту за методами опорних кривих і випадкового поля показало, що запропонована в [108] модель опису анізотропної поверхні випадковим полем дає розрахунок ФПК близький до експериментального [105], що дозволяє прийняти цю модель у подальших теоретичних дослідженнях контактних явищ на шорстких поверхнях твердих тіл, як таку, що описує анізотропну шорстку поверхню з високою надійністю та точністю. Результати [105, 108–111, 114, 115] узагальнені в [103, 200] і отримали подальший розвиток у [70, 89, 102, 104, 106, 107, 112, 113, 116–123, 129, 131, 201, 202].

За [82] для опису ізотропних шорстких поверхонь необхідно використати три спектральні моменти (\mathbf{m}_0 , \mathbf{m}_2 і \mathbf{m}_4) і один параметр широкосмужності спектра

$$a = \frac{(m_0 m_4)}{m_2^2}, \text{ який не залежить від орієнтації системи}$$

координат на поверхні, а Лонге-Гігінс [75] показав, що для опису анізотропної поверхні необхідно використати 9 спектральних моментів: m_{00} , m_{20} , m_{02} , m_{11} , m_{13} , m_{31} , m_{22} , m_{40} , m_{04} , але при $i+j \leq 4$ існують лише 7 їх інваріантних комбінацій, які не залежать від орієнтації системи координат:

- нульового порядку: $M_0 = m_{00}$;
- другого порядку $\begin{cases} M_2 = (m_{02} + m_{20}); \\ M_3 = (m_{20}m_{02} - m_{11}^2); \end{cases}$
- четвертого порядку $\begin{cases} M_4 = (m_{40} + 2m_{22} + m_{04}); \\ M_5 = (m_{40}m_{04} - 4m_{13}m_{31} + 3m_{22}^2); \\ M_6 = (m_{40} + m_{22})(m_{22} + m_{04}) - (m_{31} + m_{13})^2; \\ M_7 = m_{40}(m_{22}m_{04} - m_{13}^2) - m_{31}(m_{31}m_{04} - m_{13}m_{22}) + m_{22}(m_{31}m_{13} - m_{22}^2). \end{cases}$

Введемо в науковий обіг 8 параметрів широкосмужності спектра анізотропної поверхні:

$$a_1 = \frac{M_0 M_4}{M_2^2} = \frac{m_{00}(m_{40} + 2m_{22} + m_{04})}{(m_{02} + m_{20})^2};$$

$$a_2 = \frac{M_0 M_5}{M_2^2} = \frac{m_{00}(m_{40}m_{04} - 4m_{13}m_{31} + 3m_{22}^2)}{(m_{02} + m_{20})^2};$$

$$a_3 = \frac{M_0 M_6}{M_2^2} = \frac{m_{00}[(m_{40} + m_{22})(m_{22} + m_{04}) - (m_{31} + m_{13})^2]}{(m_{02} + m_{20})^2};$$

$$a_4 = \frac{M_0 M_7}{M_2^2} = \frac{m_{00}[m_{40}(m_{22} m_{04} - m_{13}^2) - m_{31}(m_{31} m_{04} - m_{13} m_{22}) + m_{22}(m_{31} m_{13} - m_{22}^2)]}{(m_{02} + m_{20})^2};$$

$$a_5 = \frac{M_0 M_4}{M_3^2} = \frac{m_{00}(m_{40} + 2m_{22} + m_{04})}{(m_{20} m_{02} - m_{11}^2)};$$

$$a_6 = \frac{M_0 M_5}{M_3^2} = \frac{m_{00}(m_{40} m_{04} - 4m_{13} m_{31} + 3m_{22}^2)}{(m_{20} m_{02} - m_{11}^2)};$$

$$a_7 = \frac{M_0 M_6}{M_3^2} = \frac{m_{00}[(m_{40} + m_{22})(m_{22} + m_{04}) - (m_{31} + m_{13})^2]}{(m_{20} m_{02} - m_{11}^2)};$$

$$a_8 = \frac{M_0 M_7}{M_3^2} = \frac{m_{00}[m_{40}(m_{22} m_{04} - m_{13}^2) - m_{31}(m_{31} m_{04} - m_{13} m_{22}) + m_{22}(m_{31} m_{13} - m_{22}^2)]}{(m_{20} m_{02} - m_{11}^2)}.$$

У роботах [10, 11, 13, 15, 18, 19, 21, 29, 30, 34, 61, 66, 69, 74, 79, 87, 100, 124, 127, 133, 140–144, 147, 148, 150, 157, 175, 178–180, 204–211] проаналізовані параметри опису шорстких поверхонь та методи їх досліджень.

Прикладні завдання впливу шорсткості поверхні твердих тіл на контактні явища розглянуто в роботах [1–3, 7, 8, 22, 23, 25, 33, 41, 43, 44, 48, 50–53, 58, 67, 71, 73, 77, 84, 88, 126, 134–138, 145, 152, 155, 162–173, 181, 191–198], зокрема адгезії контактуючих твердих тіл [32, 45–47].

Підсумкове резюме

1. Проведений аналіз числових границь за висотою і кроком номінальної форми, хвилястості, мікро- та наношорсткості поверхні твердих тіл.

2. Поданий перелік процесів, на які впливає поверхнева шорсткість поверхні твердих тіл.

3. Приведена класифікація опису шорсткої поверхні твердого тіла детермінованими, композиційними та випадковими моделями.

4. Аналізується статистична оцінка шорсткої поверхні **параметрами**: середнє арифметичне та середнє квадратичне відхилення профілю поверхні від базової лінії в межах базової довжини; щільність ймовірності розподілу висот вершин для одиничного та двовимірного профілю і відповідних автокореляційних функцій; нахил нерівностей; гостроверхність (кривини) вершин нерівностей; напрямок нахилу виступів; ширина розподілів; стандартизованої висоти; узагальнений середній крок нерівностей; середній крок нерівностей за вершинами та за западинами. Обмеженість інформації про шорстку поверхню твердого тіла за допомогою цих

параметрів є загально визнаним фактом.

5. Аналізуються структурні параметри нерівностей поверхні та узагальнений критерій оцінки шорсткості. Показана обмеженість підходу до опису поверхонь цими параметрами.

6. Показано перспективність застосування спектральних параметрів (теоретичної та фізичної спектральної щільностей), функції сумісної кореляції та спектральної щільності частотних та когерентних функцій для опису шорсткої поверхні.

7. Аналізуються теоретико-ймовірнісні моделі опису шорстких поверхонь твердих тіл, приведені формули, які отримані Найяком та Лонге Гігінсом щільності ймовірностей висот вершин середньої кривини поверхні у вершині виступів та градієнту шорсткої ізотропної поверхні.

8. Аналізується відмінність щільності ймовірності розподілу висот піків профілограми та вершин поверхні для різних значень показника широкосмужності спектру.

9. Аналізується підхід Семенюка М.Ф. та Сіренка Г.О. для математичного опису шорсткої анізотропної поверхні за допомогою моделі випадкового поля.

10. На підставі результатів Лонге Гігінса про використання 9 спектральних моментів та 7 їх інваріантних комбінації у науковий обіг нами введено 8 параметрів широкосмужності спектру анізотропної поверхні.

Сіренко Г.О. – професор, доктор технічних наук, завідувач кафедри теоретичної і прикладної хімії;

Солтис Л.М. – аспірант кафедри теоретичної і прикладної хімії.

- [1] Д.Т. Авдеев, А.А. Кутьков, А.К. Курочка. *Трение покоя полимерных материалов*. Изд-во Ростов. ун-та, Ростов-на-Дону. 128 с. (1978).
- [2] С.Б. Айнбиндер, Н.Г. Андреева, Э.Л. Тюнина. Параметры шероховатости контртела, определяющие износостойкость полиэтилена // *Трение и износ*, **11** (1), сс. 12 – 21 (1981).
- [3] С.Б. Айнбиндер. Некоторые дискуссионные вопросы теории трения // *Трение и износ*, **4** (2), сс. 223 – 231 (1983).
- [4] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. *Введение в теорию полимеров*. Зинатне, Рига. 224 с. (1978).

- [5] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. Трение полимерных материалов. Расчет коэффициента трения при контакте изотропных поверхностей // *Механика полимеров*, (2), С. 241 (1977).
- [6] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. Трение полимерных материалов. Расчет коэффициента трения при контакте поверхностей с неровностями несферической формы // *Механика полимеров*, (4), С. 651 (1977).
- [7] И.И. Аргатов, Ю.А. Фалин. К математическому моделированию периодического процесса изнашивания при упругом контакте двух тел // *Трение и износ*, **29**(2), сс. 111 – 117 (2008).
- [8] Б.Н. Ардашников, Ю.Р. Витенберг. Исследование влияния шероховатости и наклепа на износостойкость // *Технологические методы повышения качества поверхности деталей машин* (Ленинград), сс. 112 – 117 (1978).
- [9] А.С. Ахматов. *Молекулярная физика граничного трения*. Физматгиздат, Москва. 472 с. (1963).
- [10] Ю.В. Ашкерев, Ю.В. Заикин, А.Ю. Паплев. О некоторых особенностях измерения шероховатости полимерных металлических поверхностей // *Трение и износ*, **5** (1), сс. 651 – 657 (1984).
- [11] Н.В. Балабанова, С.А. Чижик, З. Римуза. Анализ топографии и физико-механических свойств покрытий для рабочих элементов микропинцетов // *Трение и износ*, **27** (5), сс. 514 – 519 (2006).
- [12] Г.М. Бартнев, В.В. Лаврентьев. *Трение и износ полимеров*. Химия, Ленинград. 240 с. (1972).
- [13] Н.К. Бачинская. Исследования контактных характеристик шероховатых, сильно анизотропных поверхностей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04, Хмельницкий, 166 с. (1994).
- [14] В.А. Белый, А.И. Свириденко, М.И. Петроковец, В.Г. Савкин. *Трение полимеров*. Наука, Москва. 204 с. (1972).
- [15] А. Бенгтссон, А. Ренберг. Получение топографического изображения поверхности с помощью профилографа // *Трение и износ*, **7** (1), сс. 27 – 35 (1986).
- [16] Дж. Бендат, А. Пирсол. *Измерение и анализ случайных процессов* / Пер. с англ. Г.В. Матушевского, В.Е. Привальского. Мир, Москва. 408 с. (1971).
- [17] Ф.П. Боуден, Д. Тейбор. *Трение и смазка твердых тел* / Пер. с англ. Н.М. Михина, А.А. Силина. Машиностроение, Москва. 544 с. (1968).
- [18] Э.А. Буланов. Трение качения упругого цилиндра как результат пластических деформаций микровыступов шероховатого слоя // *Трение и износ*, **27** (2), сс. 132 – 135 (2006).
- [19] А.И. Буря, А.Д. Деркач, В.И. Шемавнев. Разработка математической модели влияния режимов эксплуатации на трение и изнашивание углепластиков на основе полиамида 6 // *Трение и износ*, **27** (1), сс. 98 – 104 (2006).
- [20] А.В. Буш, Р.Д. Гибсон, Г.П. Кио. Шероховатые поверхности с сильной анизотропией // *Проблемы трения и смазки*, **101** (F, 1), с. 16 (1979).
- [21] В.А. Валетов. О практической пригодности некоторых критериев для оценки шероховатости поверхности // *Труды ЛКИ «Технология корпусостроения, судового машиностроения и сварки в судостроении»* (Ленинград), сс. 19 – 24 (1978).
- [22] Є.Ф. Венгер, Р.В. Конакова, Л.О. Матвеева та ін. Плівки германію на арсеніді галію: структурні, електронні та оптичні властивості // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (2), сс. 315 – 324 (2009).
- [23] П.А. Воронцов, А.П. Семенов, А.А. Кацура. О микрогеометрии поверхности трения металлофторопластовых подшипников, работающих в условиях жидкостной смазки // *Трение и износ*, **11** (4), сс. 709 – 716 (1990).
- [24] Д.Н. Гаркунов. *Триботехника*. Машиностроение, Москва. 424 с. (1985).
- [25] И.Г. Горячева, М.Н. Добычин. Механизм формирования шероховатости в процессе приработки // *Трение и износ*, **3** (4), сс. 632 – 642 (1982).
- [26] П.К. Гупта, Н.Х. Кук. Статистический анализ механического взаимодействия шероховатых поверхностей // *Проблемы трения и смазки*, **94** (1), с. 14 (1972).
- [27] Н.Б. Демкин. Геометрия и механика контактирования шероховатых тел // *Теория трения, износа и проблемы стандартизации*. Брянское книжное изд-во, Брянск. С. 274 (1978).
- [28] Н.Б. Демкин. *Контактирование шероховатых поверхностей*. Наука, Москва. 227 с. (1970).
- [29] Н.Б. Демкин. Свойства фрикционного контакта // *Трение и износ*, **3** (4), сс. 586 – 595 (1982).
- [30] Н.Б. Демкин, С.В. Удалов, В.А. Алексеев, В.В. Измайлов, А.Н. Бологов. Контакт шероховатых волнистых поверхностей с учетом взаимного влияния неровностей // *Трение и износ*, **29** (3), сс. 231 – 237 (2008).
- [31] Р.О. Денисюк. Взаємодія твердих розчинів $Cd_{1-x}Mn_xTe$ з іодвмісними (I_2 – метанол, I_2 – диметилформамід) та іодвиділяючими (H_2O_2 – HI –розчинник) травильними композиціями: Дис. ... канд. хім. наук: спец.: 02.00.21 – хімія твердого тіла, Житомир. держ. ун-т імені Івана Франка (2010). – Захищ. 26.02.2010 в Прикарп. нац. ун-ті імені Василя Стефаника (2010). – м. Івано-Франківськ. – 161 с.: іл. (80 рис.). – Табл. 7. – Бібліогр.: 117 назв.
- [32] Б.В. Дерягин, Н.А. Кротова, В.П. Смилга. *Адгезия твердых тел*. Наука, Москва. 280 с. (1973).
- [33] М.Л. Дмитрук, О.Ю. Борковська, С.В. Мамікін, Д.О. Науменко. Оптичні і фотоелектричні властивості мікрорельєфних гетероструктур метал – напівпровідник з проміжним шаром фулериту C_{60} // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (1), сс. 68 – 73 (2009).
- [34] М.Н. Добычин. Взаимное влияние пятен касания при контактировании шероховатых тел // *Трение и износ*, **1** (2), сс. 341 – 349 (1980).

- [35] В.П. Долголенко. Влияние направления следов обработки на износ плоских пар трения // *Качество поверхности деталей машин*, (4). Изд-во АН СССР, Москва. С. 78 (1959).
- [36] И.В. Дунин-Барковский, А.Н. Карташова. *Измерение и анализ шероховатости, волнистости и некруглости поверхности*. Машиностроение, Москва. 232 с. (1978).
- [37] З.А. Дурягіна. *Фізика та хімія поверхні*: Монографія. Вид-во нац. ун-ту «Львівська політехніка», Львів. 208 с. (2009).
- [38] П.Е. Дьяченко, В.Э. Вайнштейн, З.П. Грозинская. *Методы контроля и стандартизации волнистости поверхности*. Стандартиздат, Москва. 96 с. (1962).
- [39] П.Е. Дьяченко, Н.Н. Толкачева, Г.А. Андреева, Т.М. Карпова. *Площадь фактического контакта сопряженных поверхностей*. Изд-во АН СССР, Москва. 95 с. (1963).
- [40] С.Л. Жавжаров. Модифікація структури та електрофізичних параметрів тонких металевих плівок і гетероструктур на їх основі під дією атомарного водню: Дис. ... канд. фіз.-мат. наук: спец. 01.04.18 – фізика і хімія поверхні, Запорізький нац. техн. ун-т (2009). – Захищ. 15.01.2010 в Прикарпат. нац. ун-ті ім. Василя Стефаника. – (м. Івано-Франківськ). – 180 с.: іл. (69 рис.). – Табл. 8. – Бібліогр.: 272 назви.
- [41] Г.К. Жолудев, С.Л. Хрипко. Вплив соляної кислоти на механізми утворення поруватого кремнію // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (1), сс. 149 – 156 (2009).
- [42] В.А. Журавлев. К вопросу о теоретическом обосновании закона Амонтона-Кулона для трения несмазанных поверхностей // *Журнал технической физики*, **10** (17), С. 1447 (1940).
- [43] О.М. Заславський, С.С. Кустовський, О.В. Капітан. Вплив температури осадження на формування структури вакуумних конденсатів хрому // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (2), сс. 307 – 310 (2009).
- [44] П.Ф. Зибров. Динамические параметры кольцевой гидропоры с шероховатыми поверхностями скольжения // *Трение и износ*, **4** (4), сс. 592 – 599 (1983).
- [45] А.Д. Зимон. *Адгезия пыли и порошков*. Химия, Москва. 432 с. (1976).
- [46] А.Д. Зимон, Г.А. Серебряков. *Журнал физической химии*, **45** (2), С. 450.
- [47] А.Д. Зимон, Г.А. Серебряков. *Журнал физической химии*, **46** (1), С. 126.
- [48] Г. Зонтаг, К. Штрэнге. *Коагуляция и устойчивость дисперсных систем*. Химия, Ленинград. 152 с. (1973).
- [49] В.Г. Іваніцька. Взаємодія поверхні CdTe різної кристалографічної орієнтації з розчинами на основі I₂ та H₂O₂ – HI: Дис. на здобуття наук. ступеня канд. хім. наук: спец. 01.04.18 – фізика і хімія поверхні, Чернівецький нац. ун-т імені Юрія Федьковича (2008). – Захищ. 28.03.2008 в Прикарп. нац. ун-ті імені Василя Стефаника. – (м. Івано-Франківськ). – 161 с.: іл. (47 рис.), Табл. 24 – Бібліогр.: с. 150 – 161 (122 назви).
- [50] В.Г. Іваніцька, З.Ф. Томашик, В.М. Томашик. Взаємодія поверхні CdTe змінної кристалографічної орієнтації з розчинами на основі I₂ та H₂O₂–HI // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (VII), сс. 51 – 62 (2009).
- [51] Б.Г. Кеглин, В.П. Тихомиров, А.Л. Гольдрин. Применение метода статистического моделирования Монте-Карло для исследования вероятностных характеристик трибосопряжений // *Трение и износ*, **2** (2), сс. 361 – 365 (1981).
- [52] Е.В. Коваленко, М.И. Теплый. Контактные задачи при нелинейном законе изнашивания для тел с покрытиями. I // *Трение и износ*, **4** (3), сс. 440 – 448 (1983).
- [53] Е.В. Коваленко, М.И. Теплый. Контактные задачи при нелинейном законе изнашивания для тел с покрытиями. II // *Трение и износ*, **4** (4), сс. 676 – 682 (1983).
- [54] В.С. Комбалов. *Влияние шероховатости твердых тел на трение и износ*. Наука, Москва. 112 с. (1974).
- [55] В.С. Комбалов. О комплексной оценке шероховатости поверхностей в задачах трения и износа и ее связи с величиной Δ^* // *Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения и износа*. Наука, Москва. С. 89 (1971).
- [56] В.С. Комбалов. *Оценка триботехнических свойств контактирующих поверхностей*. Наука, Москва. 136 с. (1983).
- [57] В.С. Комбалов. Состояние и перспективы работ по исследованию влияния шероховатости на фрикционные характеристики пар трения // *Трение и износ*, **1** (3), сс. 440 – 452 (1980).
- [58] Г.І. Копач, Н.Д. Волкова, Н.П. Клочко, В.Р. Копач. Наноструктуровані плівки діселеніду міді та індію, що виготовлені методом електрохімічного осадження // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (3), сс. 588 – 593 (2009).
- [59] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике для научных работников и инженеров* / Пер. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Войнштейна и др. Наука, Москва. 832 с. (1978).
- [60] Б.И. Костецкий. *Трение, смазка и износ в машинах*. Техніка, К. 396 с. (1970).
- [61] И.В. Крагельский, В.В. Алексин, В.С. Колебанов и др. Характеристики взаимодействия в микрогеометрии, определяющие контактное взаимодействие шероховатых поверхностей // Москва: ИМАШ, С. 32 (1973).
- [62] И.В. Крагельский. Влияние различных параметров на величину коэффициента трения несмазанных поверхностей // *Журнал технической физики*, **13** (13), 145 с. (1973).
- [63] И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. *Основы расчетов на трение и износ*. Машиностроение, Москва. 526 с. (1977).
- [64] И.В. Крагельский. *Трение и износ*. Машиностроение, Москва. 480 с. (1968).

- [65] И.В. Крагельский. Трение покоя двух шероховатых поверхностей // *Известия АН СССР, ОТН*, 10, С. 1621 (1978).
- [66] И.В. Крагельский. Фрикционные взаимодействия твердых тел // *Трение и износ*, 1 (1), сс. 12 – 29 (1980).
- [67] Э.П. Кревсун, А.В. Лукашевич, Б.Н. Михалычев, С.П. Сафонов. Сравнение экспериментальных характеристик пар трения с различной шероховатостью поверхностей при гидродинамическом режиме смазки // *Трение и износ*, 4 (5), сс. 779 – 786 (1983).
- [68] Ю.Я. Кризберг, В.П. Кокин, Я.А. Рудзит. Определение микропографических параметров нерегулярной шероховатости // *Технологические методы повышения качества поверхности деталей машин*. Ленинградский университет, Ленинград. С. 152 (1978).
- [69] И.И. Кудиш. Статистическая модель контактной усталости шероховатых тел // *Трение и износ*, 12 (2), сс. 197 – 203 (1991).
- [70] О.В. Кузишин, О.Г. Сіренко, Л.Я. Мідак, Г.О. Сіренко. Критерії оцінки розподілу мікронерівностей на поверхні твердого тіла // *Фізика і хімія твердого тіла*, 9 (2), сс. 407 – 414 (2008).
- [71] И.И. Курбаткин, Н.А. Буше, И.Г. Горячева, А.В. Зайчиков. Влияние состава алюминиевых антифрикционных сплавов на процессы образования защитных пленок при их контактном взаимодействии. // *Трение и износ*, 27 (4), сс. 355 – 360 (2006).
- [72] В.В. Кусьнеж. Одержання, фізичні властивості плівок і кластерів CdS та структури на їх основі: Дис. на здобуття наук. ступеня канд. фіз.-мат. наук: спец. 01.04.18 – фізика і хімія поверхні, Нац. ун-т «Львівська політехніка», (2009). – Захищ. 15.01.2010 в Прикарпат. нац. ун-ті ім. Василя Стефаника. – (м. Івано-Франківськ).– 127 с.: іл. (44 рис.). – Табл. 10. – Бібліогр.: 143 назви.
- [73] С.М. Левицький, О.І. Власенко, П.О. Генцарь, О.С. Литвин, В.П. Папуша, Ц.А. Криськов. Морфологія поверхні та спектри пропускання плівок халькогенідів свинцю // *Фізика і хімія твердого тіла*, 10 (2), сс. 311 – 314 (2009).
- [74] В.Б. Лемберский. О взаимном влиянии микронеровностей при контактировании // *Трение и износ*, 4 (2), сс. 301 – 307 (1983).
- [75] М.С. Лонге-Хиггинс. Статистическая геометрия случайных поверхностей // *Гидродинамическая неустойчивость*. Мир, Москва. сс. 124 – 167 (1964).
- [76] Т.С. Лоповок. *Волнистость поверхности и ее измерение*. Стандартиздат, Москва. 184 с. (1973).
- [77] І.Ф. Миронюк, В.Л. Челядин, В.О. Коцюбинський, У.Я. Джура, Л.І. Миронюк. Одержання ортотитанової кислоти та дослідження її каталітичних властивостей // *Фізика і хімія твердого тіла*, 10 (2), сс. 347 – 356 (2009).
- [78] Н.М. Михин. *Внешнее трение твердых тел*. Наука, Москва. 222 с. (1977).
- [79] Н.К. Мышкин, М.И. Петроковец, С.А. Чижик, В.В. Кончиц, А.И. Свириденко. Контакт шероховатых тел и его проводимость // *Трение и износ*, 4 (5), сс. 845 – 853 (1983).
- [80] Д. Мур. *Трения и смазка эластомеров* / Пер. с англ. Г.И. Бродского. Химия, Москва. 264 с. (1977).
- [81] Ю.Ф. Назаров, А.М. Шкилько, В.В. Тихоненко, И.В. Компанец. Методы исследования и контроля шероховатости поверхности металлов и сплавов // *ФП*, 5 (3–4), сс. 207 – 216 (2007).
- [82] П.Р. Найяк. Применение модели случайного поля для исследования шероховатых поверхностей // *Проблемы трения и смазки*, 93 (F, 3), сс. 85-95 (1971).
- [83] Г.М. Окрепка. Взаємодія монокристалів CdTe та твердих розчинів $Zn_xCd_{(1-x)}Te$ з травильними композиціями $HNO_3 - HBr$ – розчинник: Дис. на здобуття наук. ступеня канд. хім. наук: спец. 02.00.21 – хімія твердого тіла, Ін-т фізики напівпров. ім. В.Є. Лашкарьова НАНУ, (2009). – Захищ. 30.10.2009 в Прикарпат. нац. ун-ті ім. Василя Стефаника. – (м. Івано-Франківськ).– 165 с.: іл. (46 рис.), Табл. 26– Бібліогр.: с. 148 – 165 (155 назв).
- [84] Г.М. Окрепка, З.Ф. Томашик, В.М. Томашик. Взаємодія монокристалів CdTe та твердих розчинів $Zn_xCd_{1-x}Te$ з травильними композиціями HNO_3-HBr –розчинник // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (VIII), сс. 23 – 33 (2009).
- [85] Г. Польцер, Ф. Майсснер. *Основы трения и изнашивание* / Пер. с нем. О.Н. Озерского, В.Н. Пальянова. Машиностроение, Москва. 264 с. (1984).
- [86] В.А. Прилуцкий. *Технологические методы снижения волнистости поверхностей*. Машиностроение, Москва. 136 с. (1978).
- [87] Л.Ю. Пружанский. Образование шероховатости контртела при трении и ее влияние на износ // *Трение и износ*, 4 (5), сс. 801 – 807 (1983).
- [88] О.В. Романишина. Исследования предварительного смещения упругого контакта шероховатых изотропных поверхностей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04, Хмельницкий, 178 с. (1998).
- [89] О.В. Романишина, Н.Ф. Семенов. Предварительное смещение единичного выступа при различных режимах нагружения // *Проблемы трибологии*, (2), сс. 35–51 (1997).
- [90] Э.В. Рыжов. Опорная площадь поверхностей, подвергнутых механической обработке // *Вестник машиностроения*, (4), С. 56 (1964).
- [91] Э.В. Рыжов, В.А. Рыбицкий, Ю.И. Созин, Н.И. Щеголь. Исследование качества поверхности при алмазном шлифовании износостойких наплавочных материалов // *Трение и износ*, 3 (4), сс. 734 – 738 (1982).

- [92] Э.В. Рыжов, В.А. Рыбицкий, Н.И. Щеголь. Математический метод расчета безразмерного комплекса для оценки шероховатости поверхности // *Трение и износ*, **2** (5), сс. 904 – 907 (1981).
- [93] Э.В. Рыжов, А.Г. Сулов, У.П. Улашкин. Комплексный параметр для оценки состояния поверхности трения // *Трение и износ*, **1** (3), сс. 436 – 439 (1980).
- [94] Э.В. Рыжов. Технологические методы повышения износостойкости // *Трение и износ*, **1** (1), С.137 (1980).
- [95] Я.А. Рудзит, А.В. Звиедрис. Методические основы определения более сложных статистических характеристик шероховатости // *Приборостроение*, 9. Рижский политехнический институт, Рига (1973).
- [96] Я.А. Рудзит, Ю.Я. Кризберг. Расчет вероятностных характеристик микрофотографических параметров шероховатых поверхностей, используемых в задачах трения и износа // *Трение и износ*, **3** (6), сс. 1048 – 1057 (1982).
- [97] Я.А. Рудзит. *Микрогеометрия и контактное взаимодействие поверхностей*. Зинатне, Рига. 210 с. (1975).
- [98] Я.А. Рудзит, И.А. Одитис, О.А. Лининьш. Определение исходных параметров профиля нерегулярной шероховатости // *Приборостроение*, 9. Рижский политехнический институт, Рига. С. 17 (1973).
- [99] Я.А. Рудзит, И.А. Одитис. О параметрах нерегулярной шероховатости поверхности // *Приборостроение*, 8. Рижский политехнический институт, Рига. С. 3 (1972).
- [100] А.И. Свирденко, Т.Ф. Калмыкова. Исследование фактической площади фрикционного контакта полимер – металл с помощью акустических колебаний. Сооб. 1 // *Трение и износ*, **1** (5), сс. 898 – 907 (1980).
- [101] А.И. Свирденко, Т.Ф. Калмыкова, О.В. Холодилов. Исследование фактической площади фрикционного контакта полимер – металл с помощью акустических колебаний. Сооб. 2 // *Трение и износ*, **3** (5), сс. 808 – 812 (1982).
- [102] Н.Ф. Семенюк, Н.К. Бачинская. Слияние пятен контакта при нагружении шероховатых, сильно анизотропных поверхностей // *Проблемы трибологии*, (3), сс. 103 – 107 (1998).
- [103] Н.Ф. Семенюк. Исследования топографии поверхностей методом случайного поля и разработка расчетных методов оценки фактической площади контакта при трении твердых тел: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.04. – Якутск: Ин-т физико-техн. проблем Севера СО ЯФ АН СССР. 149 с. (1983).
- [104] Н.Ф. Семенюк, Г.С. Калда, Е.С. Соколан. Использование метода случайных полей при расчете параметров шероховатости, влияющих на тепловые процессы в трущихся телах // *Проблемы трибологии*, (1), (1996).
- [105] Н.Ф. Семенюк, Т.Ф. Калмыкова. Фактическая площадь упругого контакта анизотропной шероховатой поверхности с гладкой // *Трение и износ*, **4** (3), сс. 467 – 475 (1983).
- [106] Н.Ф. Семенюк, О.В. Романишина. Предварительное смещение шероховатых изотропных поверхностей. I. // *Проблемы трибологии*, (4), сс. 90 – 101 (1997).
- [107] Н.Ф. Семенюк, О.В. Романишина. Рассеяние энергии на единичном контакте в режиме предварительного смещения // *Проблемы трибологии*, (2), сс. 52–56 (1997).
- [108] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля: 1. Распределение высот вершин, средняя кривизна в вершинах, градиент поверхности // *Трение и износ*, **1** (3), сс. 465 – 471 (1980).
- [109] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля: 2. Полная кривизна, главные кривизны и отношение главных кривизн в вершинах микронеровностей, удельная площадь гауссовской поверхности и удельный объем зазора // *Трение и износ*, **1** (5), сс. 815 – 823 (1980).
- [110] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля: 3. Фактическая площадь контакта, коэффициент трения, термическое сопротивление, адгезионное взаимодействие с учетом деформации в зоне контакта // *Трение и износ*, **1** (6), сс. 1010 – 1019 (1980).
- [111] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко. Топография и контактные явления анизотропных шероховатых поверхностей трения // Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конфер. «Трибоника и антифрикционное материаловедение». – Новочеркасск. 27-29.05.1980. Изд-во Новочеркас. политех. ин-та, Новочеркасск. С. 22 (1980).
- [112] Н.Ф. Семенюк, К.С. Соколан. Кривизна в вершинах выступів поверхонь тертя поршневих ушілень // *Проблеми трибології*, (2), (2000).
- [113] Н.Ф. Семенюк, Е.С. Соколан. Основное уравнение контактирования элементов бесшмазочных поршневых уплотнений // *Проблемы трибологии*, (1), (2002).
- [114] Н.Ф. Семенюк. Средние значения полной и средней кривизны в вершинах, высоты неровностей анизотропной шероховатой поверхности // *Трение и износ*, **7** (5), сс. 830 – 840 (1986).
- [115] Н.Ф. Семенюк. Средняя высота выступов шероховатой поверхности и плотность пятен контакта при контактировании шероховатой поверхности с гладкой // *Трение и износ*, **7** (1), сс. 85 – 90 (1986).
- [116] Н.Ф. Семенюк, Е.В. Терлецкая. Моделирование шероховатых изотропных поверхностей. Сообщение I // *Проблемы трибологии*, (1), сс. 83 – 89 (1998).
- [117] Н.Ф. Семенюк, Е.В. Терлецкая. Моделирование шероховатых изотропных поверхностей. Сообщение II // *Проблемы трибологии*, (1), сс. 90 – 97 (1998).
- [118] Г. Сіренко, М. Кедик. Вплив анізотропної шорсткості поверхонь, змодельованих випадковим полем, на контактні явища // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (IV), сс. 50 – 53 (2004).

- [119] Г.О. Сіренко, О.В. Кузишин, О.Г. Сіренко, Л.Я. Мідак, Л.М. Солтис. Методи оцінок впливу факторів на функції відгуку та процедури відсіювання параметрів оптимізації при вирішенні багатопараметричних завдань у матеріалознавстві // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (2), сс. 423 – 439 (2009).
- [120] Г. Сіренко, М. Семенюк. Адгезія з деформацією в зоні контакту анізотропних шорстких поверхонь, змодельованих випадковим полем // *Вісник Прикарп. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (I), сс. 66 – 85 (2001).
- [121] Г.О. Сіренко, Л.М. Солтис. Трибоповерхневі властивості карбопластика під час тертя по шорсткій ізотропній металевій поверхні в дистильованій воді // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (VIII), сс. 99 – 101 (2009).
- [122] Г.О. Сіренко, Л.М. Солтис. Трибоповерхневі властивості карбопластика під час тертя по шорсткій ізотропній поверхні сталі 45 без мащення // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Сер. Хімія*, (VII), сс. 104 – 106 (2009).
- [123] Г.О. Сіренко. Створення антифрикційних матеріалів на основі порошків термотривких полімерів та вуглецевих волокон: Дис. ... докт. техн. наук: спец. 05.16.06 – порошкова металургія та композиційні матеріали, Хмельницький технологічний ін-т. – Ін-т проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича НАНУ; К., 537 с. (1997): іл., табл. – Бібліогр.: сс. 432 – 451 (275 назв).
- [124] И.О. Сивак, В.В. Савуляк, С.И. Сухоруков, Е.И. Сивак. Моделирование процессов трения шероховатых поверхностей // *The Bulletin of Politechnic Institute of Jassi*. XLVIII (LII), № 3-4, pp. 165-172 (2002).
- [125] В.П. Сигорский. *Математический аппарат инженера*. Техніка, К. 768 с. (1977).
- [126] Г.А. Сиренко. Осложнение контактных явлений поверхности уплотнительных материалов анизотропной микрошероховатости // *Тез. докл. 3-го Всесою. совещания по уплотнительной технике*. ВНИИкомпрессормаш, Сумы, сс. 44 – 45 (1982).
- [127] Г.А. Сиренко, Н.Ф. Семенюк. Методика определения моментов спектральной плотности шероховатых поверхностей уплотнительной пары // *Тез. докл. 3-го Всесою. совещания по уплотнительной технике*. ВНИИкомпрессормаш, Сумы, сс. 46 – 47 (1982).
- [128] М.Н. Степнов. *Статистическая обработка результатов механических испытаний*. Машиностроение, Москва. 232 с. (1972).
- [129] Е.В. Терлецкая. Исследование характеристик фрикционного упругого контакта шероховатых изотропных поверхностей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.02.03, Хмельницкий, 195 с. (1996).
- [130] В.А. Тимошенко, В.В. Ермилов, М.М. Брухис. Вдавливание единичной неровности в пластическое полупространство // *Трение и износ*, **3** (5), сс. 813 – 820 (1982).
- [131] О.Г. Тимошук, Н.Ф. Семенюк. Результаты исследования длительности натекания газа в бессмазочных цилиндро-поршневых уплотнениях // *Проблемы трибологии*, (2), (2002).
- [132] *Трение, изнашивание и смазки: Справочник в 2-х кн.* / Под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алисина. Машиностроение, Москва. Кн. 1: 400 с. (1978), Кн. 2: 358 с. (1979).
- [133] В.Т. Фонотов, И.А. Вяткин, Ю.В. Волков. Влияние некоторых условий трения на характеристики прирабочной шероховатости // *Проблемы трения и изнашивания*, (4), сс. 66 – 69 (1973).
- [134] Д.М. Фреїк, П.М. Литвин, І.М. Ліщинський, В.В. Бачук, І.В. Горічок. Наноструктури телуриду свинцю, вирощені у вакуумі з парової фази на монокристалах кремнію із оксидною плівкою // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (1), сс. 116 – 120 (2009).
- [135] Д.М. Фреїк, І.М. Ліщинський, П.М. Литвин та ін. Топологія поверхні і процеси росту нанокристалічних структур РbТе на сколах слюди-мусковіт // *Фізика і хімія твердого тіла*, **9** (4), сс. 736 – 743 (2008).
- [136] Д.М. Фреїк, Г.Є. Малашкевич, Р.І. Никируй, А.М. Горбачева, В.В. Бачук. Структура і оптичні властивості наноструктурованого плюмбум телуриду // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (2), сс. 299 – 302 (2009).
- [137] Г.М. Харач, Л.И. Экслер. Об определении характеристик микрогеометрии поверхности со случайной шероховатостью при расчетах трения и износа // *Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения и износа*. Наука, Москва. С. 169 (1971).
- [138] В.Д. Храновський, Л.І. Копилова, В.Й. Лазоренко, Г.В. Лашкар'юв, В. Карпіна Особливості структури та морфології плівок ZnO: Ga, осаджених на монокристалічних та аморфних підкладках // *Фізика і хімія твердого тіла*, **6** (3), сс. 406 – 413 (2005).
- [139] А.П. Хусу, Ю.Р. Витгенберг, В.А. Пальмов. *Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход*. Наука, Москва. 344 с. (1975).
- [140] Я. Цуан, С.А. Чижик, Ю.М. Плескачевский, А.Л. Зайцев. Триботехнические свойства и топография поверхности трения алмазоподобных покрытий в контакте со сталью, нитридом кремния и кварцевым стеклом // *Трение и износ*, **28** (1), сс. 77 – 84 (2007).
- [141] И.Х. Чеповецкий, В.И. Левитас, С.А. Ющенко. Исследование пластической деформации единичного микровыступа шероховатой поверхности // *Трение и износ*, **7** (5), сс. 841 – 850 (1986).
- [142] И.Х. Чеповецкий, В.Л. Стрижаков. Определение фактической площади контакта методом тонких прозрачных полимерных пленок // *Трение и износ*, **2** (5), сс. 928 – 933 (1981).
- [143] А.А. Чернов. Кристаллизация // *БСЭ*, (13), сс. 435 – 438 (1973).
- [144] В.М. Шавелин, А.С. Щеглов. Термическая приводимость упругого контакта шероховатых поверхностей в вакууме // *Трение и износ*, **7** (1), сс. 148 – 152 (1986).

- [145] В.Н. Шевчук, Д.І. Попович, Ю.М. Усатенко, Р.Я. Серкіз, О.В. Цветкова. Параманітні центри в оксидних нанорозмірних порошках // *Фізика і хімія твердого тіла*, **10** (2), сс. 289 – 294 (2009).
- [146] И.Я. Штаерман. *Контактная задача теории упругости*. Гостехиздат, Москва – Ленинград. 270 с. (1949).
- [147] И.Б. Шендеров, А.С. Духанин, В.А. Калинов. Особенности износа и геометрии упроченных поверхностей // *Трение и износ*, **10** (2), сс. 313 – 317 (1989).
- [148] В.Г. Щербинский. Индикатор шероховатости поверхности // *Трение и износ*, **12** (6), сс. 1133 – 1135 (1991).
- [149] М.И. Ядренко. *Спектральная теория случайных полей*. Вища шк., К. 208 с. (1980).
- [150] М.О. Якобсон. Качество поверхности и долговечность прямолинейных направляющих металлорежущих станков // *Качество поверхности деталей машин*, 5. Изд-во АН СССР, Москва. С. 120 (1961).
- [151] E.J. Abbot, F.A. Firestone. Specifying surface quality // *Mech. Eng.* (55), P. 569 (1933).
- [152] K.C. Akhverdiev, E.P. Melnikova. Non-isothermal flow of lubricating coolant between the surfaces of tools and blanks exposed to perturbation pressure // *Friction and wear*, **24** (1), pp. 41 – 46 (2002).
- [153] J.E. Archard. Elastic Deformation and the Contact of Surfaces // *Nature*, (192), P. 918 (1951).
- [154] J.E. Archard. Elastic Deformation and the laws of friction // *Proc. Roy. Soc.*, 243 (A, 1233), P. 190 (1957).
- [155] I.I. Argatov. An approximate solution of the axisymmetric contact problem of the pressure of the ball indenter on the rough elastic semispace // *Friction and wear*, **23** (6), pp. 601 – 605 (2001).
- [156] I.I. Argatov. The theory of elastic nonsaturated contact between rough surfaces // *Friction and wear*, **25** (1), pp. 27 – 34 (2003).
- [157] V.M. Baranov, E.M. Kudryavstev, G.A. Sarychev, A.Z. Stopyra. A method of rating variations of roughness parameters and distribution of debris dimensions in the process of running-in of materials of friction units // *Friction and wear*, **24** (2), pp. 139 – 145 (2002).
- [158] F.P. Bowden, D. Tabor. *The friction and lubrication of solids* // *Clarendon Press*. Oxford. P. 372 (1954).
- [159] A.W. Bush, R.D. Gibson, G.P. Keogh. Adhesion of rough surfaces // *Wear*, (40), P. 399 (1976).
- [160] A.W. Bush, R.D. Gibson, G.P. Keogh. The limit of elastic deformation in the contact of rough surfaces // *Res. Comm. Mech.*, (3), P. 169 (1976).
- [161] A.W. Bush, R.D. Gibson, T.R. Thomas. The elastic contact of a rough surface // *Wear*, (35), P. 87 (1976).
- [162] O.G. Chekina. On friction of rough surfaces separated by a thin liquid layer // *Friction and wear*, 20 (3), pp. 306 – 311 (1998).
- [163] M.G. Cooper, B.B. Mikis, M.M. Yovanovich. Thermal contact conductance // *International Journal of heat and mass transfer*, (12), pp. 279-300 (1969).
- [164] N.B. Demkin. Multilevel friction contact models // *Friction and wear*, **22** (2), pp. 115 – 120 (2000).
- [165] E.E. Feldshstein, N.P. Grebnev, V.E. Kulbitskii. Topography of the processed surface at flat grinding of sintered antifricition materials // *Friction and wear*, **27** (5), pp. 554 – 557 (2005).
- [166] *Friction, Wear, Lubrication. Tribology handbook*. Vol. 3 / Edited by I.V. Kragelsky, V.V. Alisin. Mir Publishers, Moscow. Vol. 1: 385 p. (1981). Vol. 2: 281 p. (1981). Vol. 3: 264 p. (1982).
- [167] G.H. Gadzhiev. Calculation of equilibrium roughness of the inner surface of built-up cylinder of a contact pair // *Friction and wear*, **25** (2), pp. 132 – 135 (2003).
- [168] G.Kh. Gadzhiev. Minimumization of abrasive wear of internal surface of split cylinder of contact pair // *Friction and wear*, **25** (3), pp. 242 – 247 (2003).
- [169] G.Kh. Gadzhiev, V.M. Mirsalimov. Minimizing wear of the internal surface of a split cylinder sleeve in a contact pair // *Friction and wear*, **26** (3), pp. 231 – 237 (2004).
- [170] D.E. Gartwright, M.S. Longuet-Higgins. The statistical distribution of the maxima of a random function // *Proceedings of the Royal Soc.* London, 237 (A, 1209), P. 212 (1956).
- [171] F.R. Gekker, S.A. Zaitsev. Friction of roughnesses in limits of elastic deformations // *Friction and wear*, **21** (5), pp. 496 – 499 (1999).
- [172] I.G. Goryacheva. Determination of contact characteristics with the account of the parameters of surface macro- and microgeometries // *Friction and wear*, **21** (3), pp. 239 – 248 (1999).
- [173] I.G. Goryacheva, Yu.Yu. Makhovskaya. Influence of surface layer imperfect elasticity on contact characteristics in sliding of rough elastic bodies // *Friction and wear*, **19** (1), pp. 5 – 12 (1997).
- [174] J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson. Contact of Nominally Flat Surfaces // *Proceedings of the Royal Society*, **295** (A, 1442), P. 300 (1966).
- [175] A.Ya. Grigoriev, K.-L. Cho, N.K. Myshkin. A method of comparative analysis of surface textures // *Friction and wear*, **22** (2), pp. 128 – 133 (2000).
- [176] T. Hisacado. On the mechanism of Contact between Solid Surfaces (4th report). Surface Roughness Effects on Dry Friction // *Bull. ISME*, **13** (55), P. 129 (1970).
- [177] G. Joshimoto, T. Tsukizoe. On the Mechanism of wear between Metal Surfaces // *Wear*, **1** (6), P. 472 (1958).
- [178] V.S. Kharchenkov, V.A. Pogonyshv, V.I. Lemeshko. Optimization of surface roughness before the application of soft run-in films using the final antifricition nonabrasive treatment // *Friction and wear*, **21** (1), pp. 91 – 94 (1999).
- [179] A.A. Khmyl, A.P. Dostanko, V.G. Anisimovich, S.A. Chizhik. Effect of polishing on steel surface roughness and contact performance // *Friction and wear*, **18** (4), pp. 491 – 496 (1996).
- [180] V.M. Khokhlov. The contact of rough lubricated surfaces at friction // *Friction and wear*, **19** (3), pp. 415 – 420 (1997).

- [181] A.S. Kravchuk, A.V. Chigarev, R. Butso, U. Valbusa. Penetration of the elastic roughness into the thick plastic coating // *Friction and wear*, **27** (5), pp. 455 – 459 (2005).
- [182] M. Kubo, J. Peklenik. An analysis of micro-geometrical isotropy for random surfaces structures // *Ann. of CIRP*, (16), P. 235 (1968).
- [183] F.F. Ling. On Asperity Distributions of Metallic Surfaces // *J. of Appl. Physics*, **29** (8), P. 1168 (1958).
- [184] A.S. Longe, H.G. Howell. Friction of Elastic Solids // *The Proceedings of the Physical Society*, **67** (410), P. 89 (1954).
- [185] M.S. Longuet-Higgins. On the statistical distribution of the highs of sea waves // *J. Marine Research*, **11** (3), P. 245 (1952).
- [186] M.S. Longuet-Higgins. Statistical Properties of a moving waveform // *Proc. Cambridge Philos. Soc. London*, (52), P. 234 (1956).
- [187] M.S. Longuet-Higgins. Statistical Properties of an isotropic random surface // *Philos. Trans. of the Royal Soc. London*, **250** (A), pp. 157-174 (1957).
- [188] M.S. Longuet-Higgins. The Statistical Analysis of a Random Moving Surface // *Philos. Trans. of the Royal Soc. London*, **249** (A), pp. 321-387 (1957).
- [189] M.S. Longuet-Higgins. The Statistical distribution of the curvature of a random Gaussian surface // *Proc. Cambridge Philos. Soc. London*, (54), P. 439 (1958).
- [190] J. Peklenik, C.I. R.P. *Annalen*, XII (3), pp. 3 – 8 (1965).
- [191] V. Pekoshevsky. Study of the effect of roughness of the surface and its orientation on the oil film durability // *Friction and wear*, **22** (5), pp. 558 – 564 (2000).
- [192] M.I. Petrokovets. Effect of temperature on the area of real contact of rough surfaces // *Friction and wear*, **21** (2), pp. 119 – 124 (1999).
- [193] M.I. Petrokovets. Mechanics of friction metal-polymer contact // *Friction and wear*, **26** (4), pp. 344 – 354 (2004).
- [194] M.I. Petrokovets, N.K. Myshkin, S.A. Chizhik. Some statistical models of frictional contact // *Friction and wear*, **19** (2), pp. 147 – 154 (1997).
- [195] V.S. Radchik, B. Ben-Nissan, V. Myuller. The graph-analytical method of determination of the actual contact area of the rough surface using the specified curve of abbot-firestone // *Friction and wear*, **23** (3), pp. 282 – 288 (2001).
- [196] C. Rubinstein. A general theory of the surface friction of solids // *Proc. Phys. Soc.*, Sect. B, (69), P. 921 (1956).
- [197] Ye.V. Ryzhov, V.M. Khokhlov. Prediction of surface roughness in elastic contact // *Friction and wear*, **18** (3), pp. 326 – 330 (1996).
- [198] V.G. Savkin, T.G. Chmykhova, I.O. Delikatnaya, E.N. Volnyanko, V.V. Zhevnov. The effect of friction surface roughness on the performance of greases containing ultra-dispersed fillers // *Friction and wear*, **23** (5), pp. 561 – 566 (2001).
- [199] A. Schallamach. The Load Dependence of Rubber Friction // *The Proceedings of the Physical Society*, **65** (B), P. 647 (1952).
- [200] N.F. Semenjuk. Entwicklung von Berechnungsverfahren der Reibungs und Verschleißtheorie mit Hilfe des Modells stochastischer Felder: Diss. B an der Technischen Hochschule Zittau - Zittau, 160 p. (1991).
- [201] G. Sirenko, M. Semenyuk. Surface Phenomena on Rough Mating Surfaces Modelled by an Anisotropic Random Fields // Abstracts, information and participants Ukrainian-French Symposium “*Condensed Matter: Science and Industry*”. – Lviv, 20-27 February 1993. IPhCS NANU, Lviv. P. 60 (1993).
- [202] A.I. Sviridenok, M.I. Ignatovskii, I.F. Sveklo, H. Louis, V.P. Stavrov. A study of the micro-and nanogeometry of the polymethylmetacrylate surface treated with a water-drop jet // *Friction and wear*, **25** (2), pp. 186 – 191 (2003).
- [203] T.E. Tallian, Y.P. Chui, D.F. Huttenlocher, J.S. Kamenshine, L.B. Sibley, N.E. Sindlinger. Lubricant films in rolling contact of rough surfaces // *Transactions of the ASLE*, **7**, pp. 109-126 (1964).
- [204] T.R. Thomas. Defining the microtopography of surface in thermal contact // *Wear*, **79** (1), pp. 73 –82 (1982).
- [205] T.R. Thomas. Recent advances in the measurement and analysis of surface micro-geometry // *Wear*, **33** (2), P. 205 (1975).
- [206] V.P. Tikhomirov, O.A. Gorlenko. Simulation of rough surface contact // *Friction and wear*, **18** (1), pp. 74 – 79 (1996).
- [207] A.I. Voyachek. Estimation of coefficients of normal and tangential compliance of a layer composed of two materials contacting over a random surface // *Friction and wear*, **18** (3), pp. 307 – 311 (1996).
- [208] D.J. Whitehouse, J.F. Archard. The Properties of Random Surfaces of Significance in the contact // *Proceedings of the Royal Soc.*, **316** (A), pp. 97-121 (1970).
- [209] D.J. Whitehouse, J.F. Archard. The properties of random surfaces in contact // *Surface Mechanics, Proceedings of the ASME Annual winter meeting*. – Los Angeles, Calif., November, pp. 16-20 (1969).
- [210] A.A. Yevtushenko, E.G. Ivanik, E.V. Kovalenko. Nonstationary frictional heating of elastic rough body // *Friction and wear*, **20** (1), pp. 17 – 25 (1998).
- [211] I.A. Zharov. Friction and wear at movement of a rigid rough surface in direction parallel to a soft rough surface // *Friction and wear*, **18** (6), pp. 715 – 718 (1996).

Г.О. Сіренко, Л.М. Солтис

H.O. Sirenko, L.M. Soltys

The Models of Nanometrical and Micrometrical Roughness of Surface of Solid States (Review)

*Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University,
57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76025, Ukraine*

Review of sources which describe methods, parameters and mathematical and physical models of description of nanometrical and micrometrical roughness of surface of solid states. The influence possible of roughness of surface on the contact phenomena on the verge of division of phases "solid state – solid state", "solid state – gas", "solid state – liquid" is considered.

Key words: mathematical model, physical model, solid state, rough surface, contact phenomena, anisotropic surface, isotropic surface, random function, random field.